المركز الجامعي بشار

معهد العلوم الدقيقة

دائرة الجذع المشترك: ليسانس ماستر دكتوراه
(LMD)
شعبة:علم المادة و علوم التكنولوجيا

دروس

ل.م.د/ فيزياء-2

الــــكهربــــاء و الـــمـــغـــنـاطـــيـــســـيـــة

LMD / PHYSIQUE-2

الجزء الأول:

الكهرباء الساكنة و النواقل المتزنة

الطبعة الأولى

أحمد فيزازي

مكلف بالدروس

السنة الجامعية 2008-2009

بـــســـم الـــلـــه الـــرحـــمـــن الـــرحـــيـــم

تـــــــنـــــــبـــــــيـــــــه

توضع هذه المجموعة من الدروس في الطبعة الأولى بدون أي ضمان .يمكن للقراء موافاتي بكل الهفوات التي يلاحظونها ، و الموجودة بدون شك ، و هم مشكورين ، على العنوان الإلكتروني: ahmedfizazi@yahoo.fr .

ستعاد صياغة النص وتتم مراجعته بانتظام. توفير هذا النص على موقع الانترنيت و في قاعات المطالعة – وهذا جهد إضافي يتجاوز واجبات الأساتذة – لا يحق أن يفهم كتشجيع لهجر المدرجات أو قاعات الأعمال الموجهة، و هي الأماكن المفضلة لمتابعة الدروس بالتدرج و بصفة فعالة.

أتقدم بخالص الشكر و العرفان إلى الأستاذ الفاضل محمد تمالي على تشجيعه لي لانجاز هذا العمل و تمكيني من نشره على موقع الانترنيت و مساعدته التقنية المتعلقة بالإعلام الآلي.

كما أتوجه بجزيل الشكر إلى زميلي سهام قادري و عدنان بوسرحان على قبولهما قراءة و مراجعة هذا العمل و الإدلاء بآرائهم البناءة التي ساهمت في تصحيح الأخطاء و تحسين المحتوى.

من أين نبدأ إذن؟

إذا وافقت ، أقول : يجب عليك أن تفهم أولا مدلول الكلمات"

« Par où donc faut-il commencer ?
Si tu consens, je te dirai que tu dois d’abord comprendre les mots. »

(Epictète. Entretien)

الـــــفـــــهـــــرس

بـــرنـــامـــج الـكـــهـــربـــاء و الـــمـــغـــنـاطـــيـــسـيـــة (فيزياء-2)
Programme : électricité et magnétisme (PHYSIQUE-2)

(الدرس 3 سا ؛ الأعمال الموجة 1سا30د)

COURS : Ahmed **FIZAZI**
E-mail :afizazi@mail.univ-bechar.dz

Programme : électricité et magnétisme (2 cours + 1TD) / semaine. VHG=67.5 heures.
6 crédits

I/ ELECTROSTATIQUE (5 semaines) :

Charges et champ électrostatiques
Potentiel électrostatique
Flux du champ électrostatique
Théorème de Gauss
Dipôle électrique

II/ LES CONDUCTEURS (2 semaines):

Définitions et propriétés des conducteurs en équilibre
Pression électrostatique
Capacité d'un conducteur et d'un condensateur

III / ELECTROCINETIQUE (5 semaines) :

Conducteur électrique
Loi d'Ohm
Loi de Joule
Circuits électriques
Application de la loi d'Ohm aux réseaux
Lois de Kirchhoff

IV/ ELECTROMAGNETISME (3semaines)

Définition d'un champ magnétique
Force de Lorentz
Loi de Laplace
Loi de Biot et Savart
Dipôle magnétique

I/ الكهرباء الساكنة (5 أسابع)

الشحنة و الحقل الكهربائيان
الكمون الكهربائي
تدفق الحقل الكهروساكن
نظرية غوص
ثنائي القطب

II/ النواقل (أسبوعان)

تعريف و خصائص النواقل المتوازنة
الضغط الكهروساكن
سيعة ناقل و مكثفة

III/ الكهرباء المتحركة (5أسابيع)

الناقل الكهربائي
قانون أوم
قانون جول
الدارات الكهربائية
تطبيق نظرية أوم على الشبكات
قوانين كيرشوف

IV/ الكهرومغناطيسية (3أسابيع)

تعريف الحقل المغناطيسي
قانون لورنتز
قانون لابلاس
قانون بيوت و سافار
ثنائي القطب المغناطيسي

OUVRAGES المـــــــراجــــــع

Physique générale : Alonso-Finn ; Inter Edition, Paris.1977.

Electromagnétisme: Ecole d'ingénieurs du canton de Vaud ; François GAILLE .

Cours d'électrostatique-électrocinétique : J.FERREIRA,université Joseph Fourier ;2002.

Cours de physique, électricité et magnétisme : Edward M.Purcell, Dunod,1998.

الكهرباء و الأمواج:ع.شنونة و ع. وردان؛ديوان المطبوعات الجامعية ؛ الجزائر 1989.

الفيزياء الجامعية-الجزء الثاني:رحيم عبدالكتل(+)؛مطبعة كلية العلوم_جامعة بغداد 1985.

بعض المراجع المتوفرة في مكتبة المركز الجامعي لبشار
Quelques ouvrages disponibles à la bibliothèque du C.U.Béchar

Edition دار النشر	Auteur المؤلف	titre العنوان	cote الرمز
ديوان المطبوعات الجامعية-الجزائر 1987	عبد الله موسى	الكهرباء و المغناطيسية: الجزء 2	05.04.35
ديوان المطبوعات الجامعية-الجزائر 1986	عقيل عزيز داخل	مقدمة في الكهرباء و المغناطيسية	05.04.39
مطبعة دحلب –الجزائر 1992	رام أوهايبية	الكهروستاتيك–الكهروسينيتيك	
مطبعة المدينة–دمشق. 1988	عدنان مصطفى	أصول الفيزياء للجامعات	05.13.33
ديوان المطبوعات الجامعية-الجزائر 1989	ألونزو–فين	الفيزياء العامة : الجزء 2	05.39.09
Vuibert 1986	J.Boutigny	Electricité 2	05.04.23
Lavoisier-TEC-DOC 1987	J.PSarmant/H.Gié	Electromagnétisme	05.04.19
Lavoisier-TEC-DOC	J.P Sarmant	Exercices et problème d'électricité	05.13.36
Vuibert 1987	G.Dévoré	Nouveau problèmes de physique	05.13.01
Dunod université 1990	J.Renault	Exercices d'électromagnétisme	05.03.21
Lavoisier-TEC-DOC 1995	P.Grécias/J.P Migeon	Exercices et problème d'électricité	05.13.37

مــــــقـــــدمـــــة

ما هي الفيزياء؟

إن كلمة فيزياء(physique) آتية من الكلمة اليونانية (phusis) والتي تعني الطبيعة، و لذا ينبغي أن تكون الفيزياء علما يهتم بدراسة الظواهر الطبيعية.

يمكن القول أن الفيزياء علم هدفه دراسة مركبات المادة وتأثراتها المتبادلة اليومية. بدلالة هذه التأثرات المتبادلة يفسّر العلمي خواص المادة في مجملها بما في ذلك كل الظواهر الطبيعية الأخرى التي نلاحظها.

الفروع التقليدية للفيزياء:

الميكانيك (mécanique)، الحرارة(chaleur)، السمعيات(acoustique)، البصريات(optique)، الكهرومغناطيسية(électromagnétisme).

مقياسا الفيزياء في السنة الأولى (شعبة الجذع المشترك لـــ ل.م.د):

الميكانيك (PHYS-1): ميكانيك النقطة المادية.

الكهرباء والمغناطيسية(PHYS-2) : دراسة الكهرباء و المغناطيسية.

مـــخـــتـــلـــف فـــروع الـــكـــهـــربـــاء

الكهرباء الساكنة (Electrostatique) : **دراسة الشحنات في حالة السكون**

الكهرباء المتحركة (Electrocinétique) : **دراسة التيارات الكهربائية**

الكهرباء التحريكية (Electrodynamique) : **الأفعال التحريكية بين التيارات الكهربائية**

الكهرومغناطيسية (Electromagnétisme) : **الأفعال المتبادلة بين المغانط و التيارات الكهربائية**

الإلكترونيك (Electronique : **البنية الجسيمية للكهرباء**

الكهروكيمياء (Electrochimie) : **تحولات الطاقة الكيميائية إلى طاقة كهربائية و العكس.**

I/ الكهرباء الساكنة
ELECTROSTATIQUE

الكهرباء السّاكنة هي دراسة الظواهر الناتجة عن الشحنات الكهربائية في حالة السكون.

كلمة **كهرباء** مصطلح للكلمة الفرنسية « électricité » و هي بدورها مشتقة من الكلمة اليونانية « élektron » و التي تعني **عنبر**(ambre) ، حيث لاحظ طاليس من ميلي (Thalès de Milet) المولود بـــ إيوني (Ionie) – الساحل الغربي لتركيا الحديثة – و الذي عاش ما بين 625 و545 قبل الميلاد ، لاحظ انجذاب هشيم التّبن إلى قطعة من العنبر الأصفر المدلوك بواسطة الصوف.

A/ المفاهيم الأساسية: (Notions fondamentales)

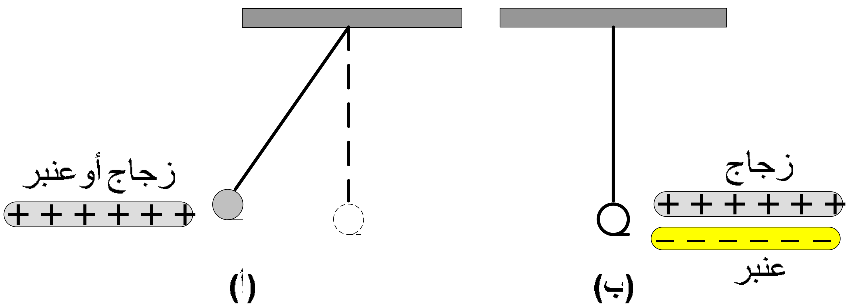
1/ تجارب التكهرب: (Expériences d'électrisation)

إذا قرّبنا المشط ، بعد عملية المشط ، من قصاصات الورق ، نلاحظ أن القصاصات تنجذب إلى المشط . نفس الظاهرة تحصل عند دلكنا لقضيب من زجاج بواسطة قطعة من حرير أو قضيب من العنبر بواسطة قطعة من الصوف.

❖ **التجربة الأولى:** (الشكل 1.1–أ) نعلق كرية من البوليستيرين و نقرب لها قضيبا من زجاج أو من عنبر بعد دلكه مسبقا:القضيبان بعد ملامستهما الكرية ينفرانها.و عكس ذلك إذا قربنا القضيبين معا للكرة ، لا شيء يحدث.

❖ **التجربة الثانية:** (الشكل 2.1–ب) إذا كانت الكريتان مكهربتين بفعل ملامستهما أحد القضيبين المدلوك فإنهما تتنافران. و بالعكس فإن الكريتين تتجاذبان إذا كانت كل منهما لامست قضيبا مدلوكا و مصنوعا من مادة مختلفة عن مادة الآخر.

نستنتج من هذه التجارب أن هذه المواد إكتسبت خاصية جديدة نسميها "**تكهرب**". هذه الخاصية تولّد تجاذبا أكثر شدة من التجاذب الكوني الحاصل بين كتلتين.



الشكل 1.1: تجربتان للتكهرب

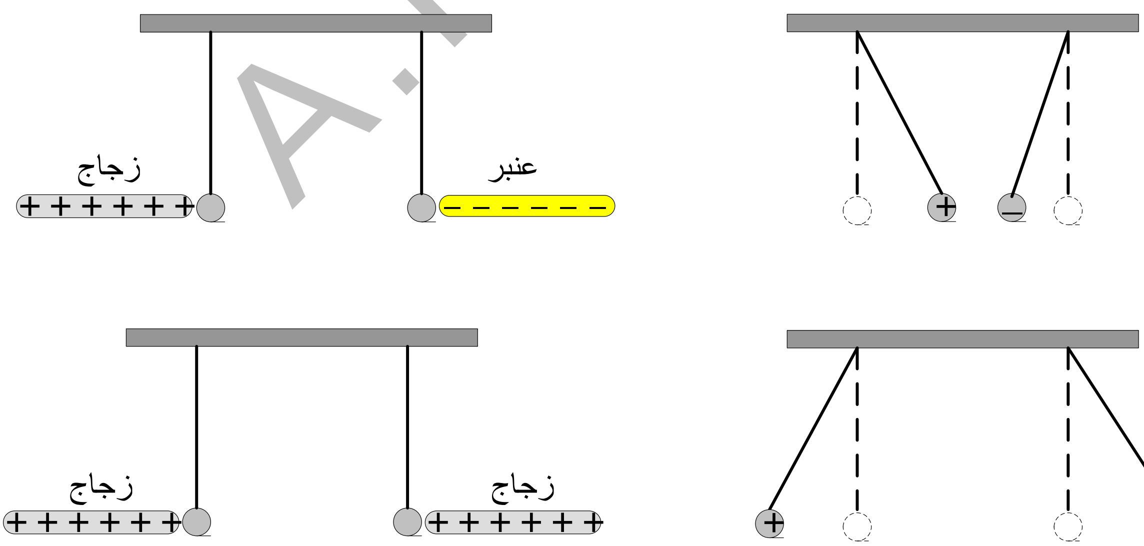
كل جسيمة تتميز أذن بخاصيتين مستقلتين و أساسيتين:

- كتلتها m
- شحنتها الكهربائية q.

تظهر تجارب بسيطة مثل التي وصفناها على وجود حالتين للتكهرب و الموافقة لصنفين من الشحن الكهربائية و الموصوفتين بـ **شحنة موجبة** (+) و **شحنة سالبة** (-). يرجع هذا التصنيف إلى العالم بنجمين فرنكلان (1790-1706) (Benjamin Franklin) .

يتنافر جسمان يحملان شحنة كهربائية من نفس الإسم و يتجاذبان إذا كانا يحملان شحنتين كهربائيتين من اسمين مختلفين .

حسب الشكل 2.1 فإن كل كرية تتكهرب و تشحن بنفس الشحنة التي يحملها القضيب المدلوك الذي لامسها.



الشكل 2.1: التكهرب ، التجاذب و التنافر بين الشحنات

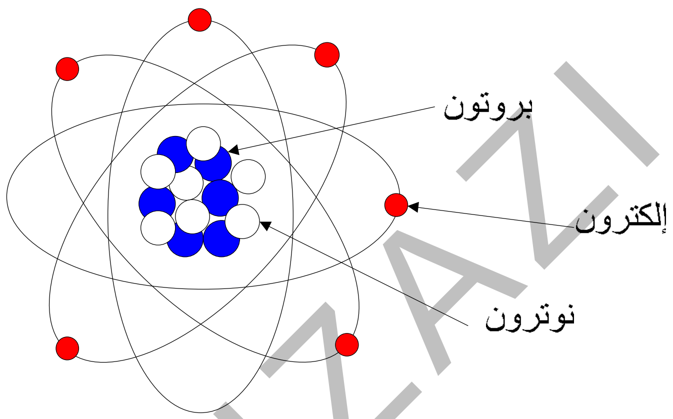
2/ الشحنة الأساسية و تكميم الشحنة الكهربائية:

(Charge électrique élémentaire et quantification de la charge électrique)

تجد الخصائص الكهربائية للمادة مبدأها على مستوى الذرة.

تتكون المادة كما هو معلوم من ذرات . كل ذرة تتكون من نواة(noyau) (تم اكتشافها سنة 1911 من قبل روثيرفورد(Ernest Rutherford of Nelson 1871-1937). تطوف حول النواة سحابة متشكلة من إلكترونات. هذه الإلكترونات تتنافر فيما بينها غير أنها تبقى متموقعة حول النواة. النواة متكونة من بروتونات (protons) تحمل شحنات موجبة و نوترونات (neutrons)عديمة الشحنة اكتشفت في 1932 من قبل شادفيك (James Chadwick 1891-1935).

يطلق على الجسيمات المشكلة للنواة اسم النوكليونات(nucléons) .



الشكل 3.1: شكل الذرة

الإلكترونات و البروتونات تحمل نفس الشحنة الكهربائية بالقيمة المطلقة و نرمز لها بـــ e. هذه الشحنة الكهربائية تسمى الشحنة الأساسية أو **كم** للشحنة الكهربائية:

$$\boxed{e = 1{,}602.10^{-19}\ [\mathrm{A.s = C}]} \qquad (1.1)$$

القوى الكهربائية المطبقة بين البروتونات المشحونة إيجابا و الإلكترونات المشحونة سلبا هي المسئولة عن تماسك الذرات و الجزيئات. الذرات الغير مشرّدة (أي التي لم تفقد و لم تكسب إلكترونات) شحنتها الإجمالية معدومة.

لا يمكن لشحنة كهربائية أن تأخذ أي قيمة عددية كانت. و بالفعل فإن كل شحنة كهربائية هي مضاعف طبيعي للشحنة الأساسية:

$$\boxed{q = \pm n.e\ \ [\mathrm{A.s = C}]\ ,\ n \in \mathrm{N}} \qquad (2.1)$$

و هذا يترجم المبدأ الأساسي لتكميم الشحنة الكهربائية.

في جملة مغلقة ، المجموع الجبري للشحنات الكهربائية الموجودة ثابت خلال الزمن.

هذا ما ينصّ عليه مبدأ انحفاظ الشحنة الكهربائية للجملة المغلقة.

في الحقيقة أثبتت الدراسة الدقيقة لفيزياء الطاقات العليا أن البروتونات و النوترونات تتكون من جسيمات أساسية أخرى و تدعى كوارك (quark). غير أنه ، و حتى يومنا هذا ، لم يتمكن العلماء من عزلها ، و هي تحمل جزءا من الشحنة الأساسية نكتفي بذكر نوعين: $(u=+\frac{2}{3}e\ ,\ d=-\frac{1}{3}e)$.

مثال1.1:أحسب عدد الشحنات الأساسية المشكلة لشحنة مقدارها 1 كولومب.

الجواب: $n=\frac{1}{1,60.10^{-19}}$ **و منه** $n=625.10^{16}$ شحنة أساسية.

3/ النواقل و العوازل: (conducteurs et isolants)

تتكون أي مادة من عدد كبير من الشحنات الكهربائية ، غير أن هذه الشحنات تتكافأ و تنعدم (عدد الإلكترونات = عدد البروتونات). في درجة الحرارة العادية ، تكون الشحنة الكهربائية للمادة معدومة. حين تحصل عملية تكهرب هذا يعني حدوث انتقال شحنات من جسم إلى آخر.

هذه الشحنة التي تظهر على الجسم بالزيادة أو بالنقصان هي المسئولة عن الأفعال الكهربائية التي تظهر على هذا الجسم(مثل القضيب المدلوك).

في ذرة ، تطوف الإلكترونات حول النواة وفق مدارات متباينة.إلكترونات الطبقات الخارجية و القابلة للتحرّر يمكنها المشاركة في الناقلية الكهربائية.

إذا كانت الطبقة الأخيرة لذرة عنصر كيميائي قريبة من التشبع فإنها لن تفقد أي إلكترون ، و إنما تحاول اكتساب إلكترون أو أكثر حتى تتشبع. مثل هذا العنصر يكون عازلا. و بالعكس إذا كانت الطبقة الخارجية بعيدة عن التشبع ، فإن العنصر يفقد بسهولة إلكترونا أو أكثر. مثل هذا العنصر يكون ناقلا جيّدا.

و عليه فإن الناقل الجيد هو عنصر يحتوي على عدد كبير من الإلكترونات الحرة (أي الإلكترونات التي لها حرية الانتقال).و بالمقابل ، فإن العازل هو العنصر الذي يملك عددا قليلا من الإلكترونات الحرة. العازل المثالي هو الذي لا يتوفر على أي إلكترون حرّ.

بقي أن نشير أن في السوائل حاملات الشحنة المتنقلة هي الشوّارد(ions).

نقول عن جسم أنه ناقل مثالي إذا كان بإمكان حاملات الشحنة - بعد تكهرب الجسم- أن تنتقل بكل حرية في كل الحجم المحتل من قبل المادة . و يكون الجسم عازلا إذا بقيت حاملات الشحنة في نفس الموضع الذي ظهرت فيه.

4/ تفسير ظاهرة التكهرب (Explication du phénomène d'électrisation)

كما سبق و أن ذكرنا فإن ذرّات المواد تحتوي في حالتها الطبيعية على عدد متساو من الإلكترونات و البروتونات فتكون معتدلة كهربائيا (غير مشحونة) ، و لا تظهر أي تأثيرات كهربائية. أما إذا اختلّ هذا التوازن الطبيعي للشحنات– كأن يزداد عدد الإلكترونات أو ينقص لسبب من الأسباب–تصبح المادة مشحونة كهربائيا.

بصورة عامة ، تفسر كل ظواهر التكهرب بانتقال الإلكترونات مع إهمال تغير الكتلة الذي يرافق عملية الانتقال.

فمثلا الزجاج المدلوك يفقد إلكترونات فيتكهرب إيجابا. أما البلاستيك المدلوك يكتسب إلكترونات فيتكهرب سلبا.

B/ قانون كولومب–كافنديش:(Loi de Coulomb-Cavendish)

وضع العالم الفرنسي شارل أوغيستان دي كولومب (1736–1806) قانونه سنة 1785 غير أن ، و حسب تاريخ العلوم ، فإن هذا القانون كان أول من اكتشفه هو الإنجليزي هنري كافنديش (1731–1810) و بقي مجهولا بسبب عدم نشره في حينه. و لذا ، و للأمانة العلمية ، يحق تسمية هذا القانون بقانون كافنديش– كولومب.غير أننا نشير إليه في كل ما يتبع بقانون كولومب.(يرى المؤلف أن اسم Coulomb يكتب **كولومب** ونطقه أقرب للأصل).

1/ الدراسة الكيفية: (Etude qualitative)

للحصول على قياس كيفي لقوة التجاذب أو التنافر الكهربائية بين جسمين مشحونين يمكن تحقيق التركيب المبين على الشكل (4.1) و الذي يمثل جسيمتين نقطيتين تحملان شحنتين q_1 و q_2 كتلتاهما على التوالي m_1 و m_2 متباعدتين بالمسافة r.

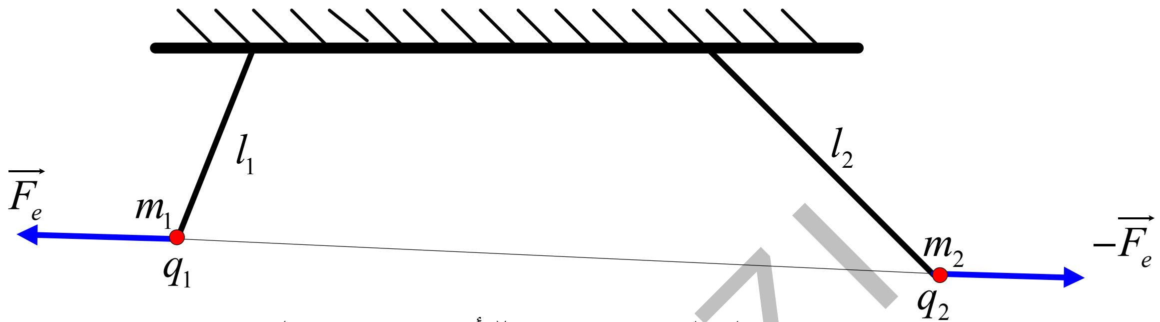
من خلال هذا التركيب نبين كيفيا الخصائص الأربعة التالية:

ا/ حامل القوة الكهربائية $\vec{F}_e$ هو المستقيم المار من الشحنتين ،

ب/ شدة القوة $\vec{F}_e$ تتناسب عكسا مع مربع المسافة r الفاصلة بين الشحنتين ،

ج/ القوة تتناسب طردا مع شحنة كل من الجسيمتين q_1 و q_2 ،

د/ من أجل مسافة معينة r بين الجسيمتين فإن شدة $\vec{F}_e$ مستقلة عن إشارة كل من الشحنتين.



الشكل 4.1: تركيب للتأكد من قانون كولومب

2/ الدراسة الكمية: (Etude quantitative)

عبارة قانون كولومب: القوة الكهروساكنة التي تؤثر بها الشحنة q_1 على الشحنة q_2 و العكس بالعكس ; تعطى بالعلاقة التجريبية :

- **الشعاعية** :

$$\boxed{\vec{F}_e = K.\frac{q_1.q_2}{r^2}\vec{u} \qquad [\mathrm{N}]} \quad \text{حيث } \vec{u} \text{ يمثل شعاع الوحدة } \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} \qquad (3.1)$$

- **السلمية** :

$$\boxed{F_e = K.\frac{|q_1.q_2|}{r^2} \qquad [\mathrm{N}]} \qquad (4.1)$$

في الجملة الدولية الثابت K يعطى بالعبارة:

$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ حيث ε_0 تمثل سماحية أو نفاذية الفراغ(permitivité du vide) .

القيمة التجريبية لـــ K هي:

$K = 8{,}9875.10^{+9} \left[\dfrac{\text{Nm}^2}{C^2}\right]$ نأخذ عمليا $K \simeq 9.10^{+9}\left[\text{Nm}^2\text{C}^{-2}\right]$

و منه فإن ε_0 تأخذ القيمة $\varepsilon_0 = 8{,}8542.10^{-12}\left[\dfrac{C^2}{N.m^2}\right]$ (5.1)

توجد عبارة أخرى لحساب ε_0 و هي: $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi c^2}$ حيث c يمثل سرعة انتشار الضوء في الفراغ $c = 3.10^8\, ms^{-1}$.

مناقشة:

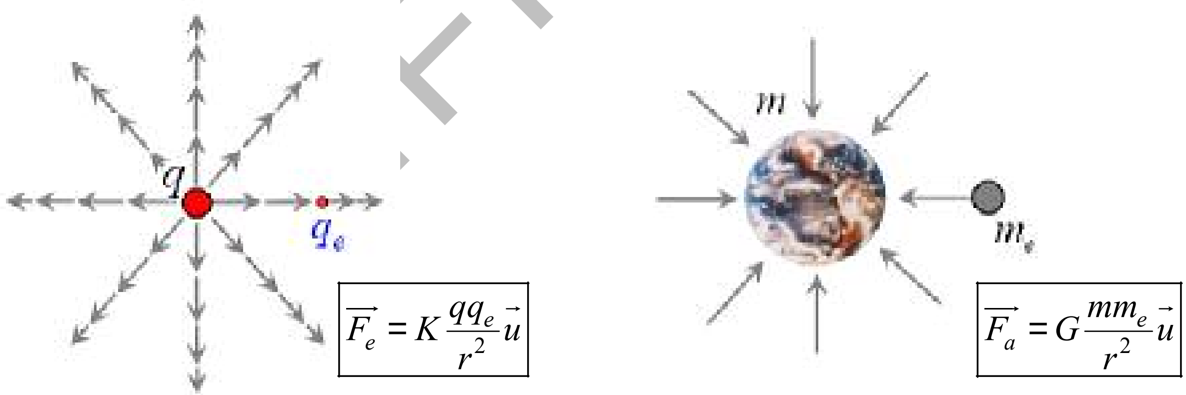
إذا كان :

$q_1.q_2 \succ 0$:الشحنتان لهما نفس الإشارة $\Leftarrow$ تنافر ، $\vec{F}_e$ تباعد الشحنتين ،

$q_1.q_2 \prec 0$:الشحنتان مختلفتا الإشارة $\Leftarrow$ تجاذب ، $\vec{F}_e$ تقارب الشحنتين.

و حسب مبدإ الفعل و رد الفعل فإن $\vec{F}_{q_1} = -\vec{F}_{q_2}$.

تذكرنا عبارة قانون كولومب بعبارة قوة الجذب الكوني (أو العام) التي صادفناها في دروس الميكانيك. باستثناء القيمة العددية للثابت K ، فإن هذا القانون له بالضبط نفس الخصائص الشعاعية لقوة الجذب الكوني (قانون نيوتن). و لهذا السبب فليس من الغريب أن نجد تشابها بين القانونين.



الشكل 5.1 : مقارنة بين قوة الجذب الكوني و القوة الكولومبية

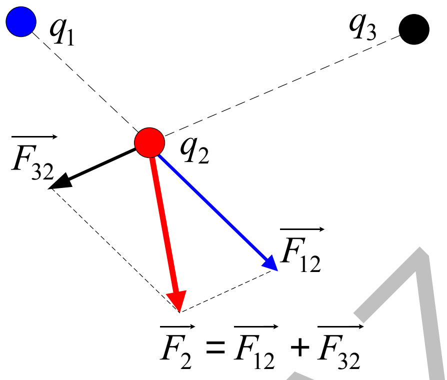
مثال 2.1: ما هي النسبة بين قوة الجذب الكوني و التنافر الكولومبي بين إلكترونين؟

الجواب: $\boxed{\dfrac{F_e}{F_g} \approx 4.10^{42}}$; $\dfrac{F_e}{F_g} = \dfrac{K\dfrac{e^2}{r^2}}{G\dfrac{m_e^2}{r^2}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{F_e}{F_g} = \dfrac{K.e^2}{G.m_e^2}}$

مثال 3.1: ما هي قوة التنافر الكولومبي بين شحنتين من $1C$ متباعدتين بـــ $1km$؟

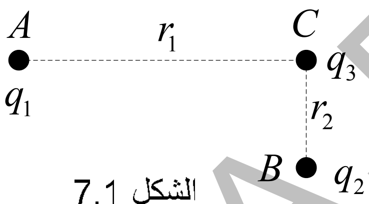
الجواب: $\boxed{F_e = 9.10^3\,N}$; $F_e = 9.10^9 \dfrac{1}{(10^3)^2}$; $\boxed{F_e = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\dfrac{q^2}{r^2}}$

ملاحظة: في الحالة العامة إذا كان لدينا n شحنة كهربائية في الفراغ فإن مبدأ التراكب (Principe de superposition) يسمح بالجمع الشاعي للقوى الكهروساكنة. هذا المبدأ لا يصلح إلا في حالة الشحنات الساكنة فقط !!



الشكل 6.1: مبدأ تراكب القوى

مثال 4.1: أحسب شدة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3 انطلاقا من الشكل (7.1).



الشكل 7.1

$$q_1 = -1,5mC \;;\; q_2 = 0,5mC \;;\; q_3 = 0,2mC$$
$$r_1 = AC = 1,2m \;;\; r_2 = BC = 0,5m$$

الجواب: ننظر إلى الشكل 8.1:

بما أن $q_1.q_3 \prec 0$ فإن $\vec{F}_{13} \prec 0$ و هي قوة تجاذب،

و بما أن $q_2.q_3 \succ 0$ فإن $\vec{F}_{23} \succ 0$ و هي قوة تنافر.

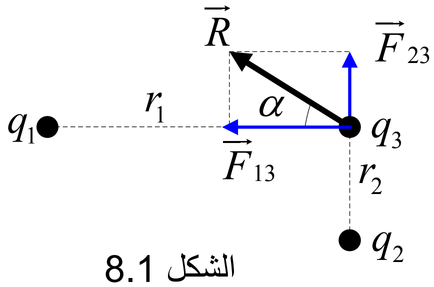
$$\vec{F}_{13} = -K\frac{q_1q_3}{r_1^2}\vec{u}_1 \;;\; F_{13} = 9.10^9\frac{1,5.10^{-3}\times 0,2.10^{-3}}{(1,2)^2} \Rightarrow F_{13} = 1,875.10^3\,N$$

$$\vec{F}_{23} = K\frac{q_2q_3}{r_2^2}\vec{u}_2 \;;\; F_{13} = 9.10^9\frac{0,5.10^{-3}\times 0,2.10^{-3}}{(0,5)^2} \Rightarrow F_{23} = 3,6.10^3\,N$$

$$R = \sqrt{F^2{}_{13} + F^2{}_{23}} \Rightarrow \boxed{R = 4,06.10^3\,N}$$

أما الزاوية التي تصنعها المحصلة $\vec{R}$ مع المستقيم AB فتحسب كما يلي:

$$tg\alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} \;\; ; \;\; tg\alpha = 1{,}92 \Rightarrow \boxed{\alpha = 62.49°}$$



الشكل 8.1

C/ الحقل الكهروساكن: (Champ électrostatique)

كون شحنتين متجاورتين تتأثران بقوتي تجاذب أو تنافر ، يجرنا لاعتبار كل شحنة كهربائية تغيّر الخصائص الفيزيائية للمجال الفضائي المحيط بها. لوصف هذا التغيّر فإننا نقول أن كل شحنة كهربائية تولّد في المجال الفضائي من حولها **حقلا كهربائيا**.

1/ مفهوم الحقل الكهربائي: (Notion de champ électrique)

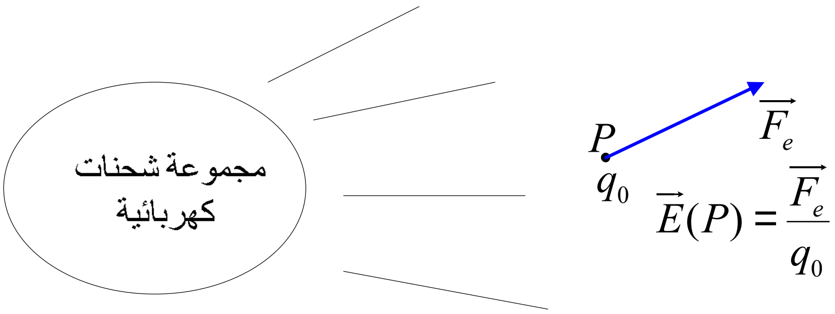
تعريف كيفي: نقول أنه يوجد حقل كهربائي في نقطة معينة من الفضاء إذا أثرت قوة $\vec{F}_e$ كهروساكنة على شحنة نقطية q_0 موضوعة في تلك النقطة.

تعريف كمي: نسمي الحقل الكهروساكن $\vec{E}$ ، النسبة بين القوة الكهروساكنة $\vec{F}_e$ و الشحنة الكهربائية q_0 **المتأثرة** بالقوة $\vec{F}_e$. الشكل 9.1

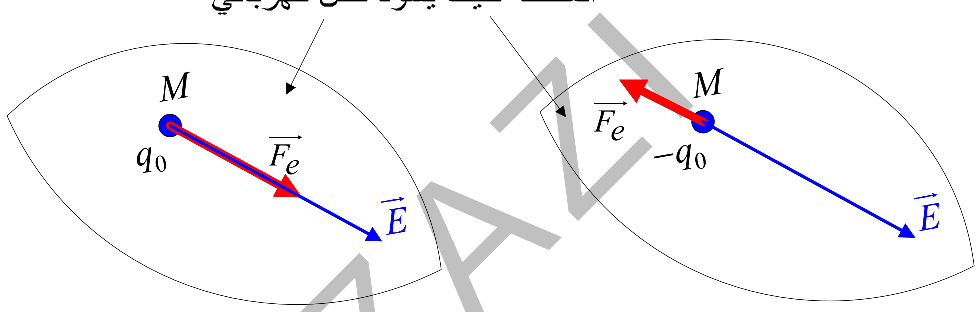
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}} \qquad (6.1)$$

في الجملة الدولية للوحدات نعبر عن الحقل الكهربائي بـالفولط على المتر Vm^{-1}.

بما أن $\vec{E}(M) = \dfrac{\vec{F}_e}{q_0}$ فإن $\vec{E}(M)$ و $\vec{F}_e$ لهما نفس الحامل. أما الاتجاه في هذه الحالة فيتعلق بإشارة q_0 أي بالشحنة المتأثرة بالقوة. الشكل10.1



الشكل 9.1 : الحقل الكهربائي في نقطة من الفضاء



الشكل 10.1 : الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة

2/ الحقل الكهروساكن الناتج عن شحنة نقطية:

(Champ électrostatique crée par une charge ponctuelle)

تعريف: إذا وجدت جسيمة شحنتها q في النقطة O فإنها تولد في كل نقطة M من الفضاء المحيط بها حقلا شعاعيا يسمى الحقل الكهروساكن المعبر عنه بالعبارة:

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{\vec{F}_e}{q_M} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\vec{u}} \tag{7.1}$$

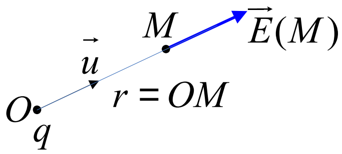
q : الشحنة **الموجودة** في النقطة O.

q_M: شحنة افتراضية موضوعة في النقطة M (ليس لها أي تأثير في حساب الحقل الكهربائي) و هي **المتأثرة** بالقوة $\vec{F}_e$.

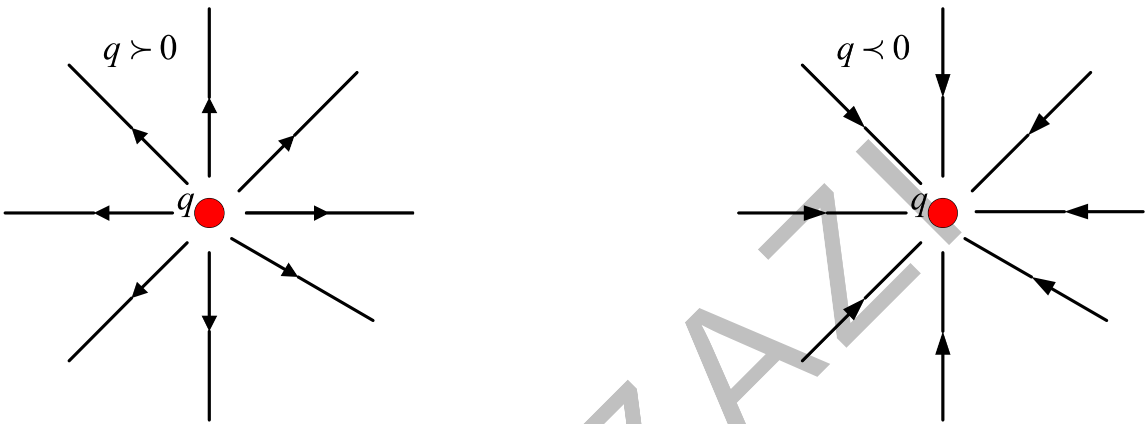
و باختصار فإن الحقل الكهربائي المتولد عن شحنة نقطية يكون:

- قطريا : حامله يمر من الشحنة،
- موجها نحو الخارج إذا كانت $q \succ 0$ ،
- موجها نحو الداخل إذا كانت $q \prec 0$ ،
- شدته

$$E(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} \qquad (8.1)$$



الشكل 11.1: الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية



الشكل 12.1: إتجاه الحقل الكهربائي في حالة شحنة موجبة و في حالة شحنة سالبة

3/ الحقل الكهربائي الناتج عن عدة شحنات نقطية:

(Champ électrique crée par un ensemble de charges ponctuelles)

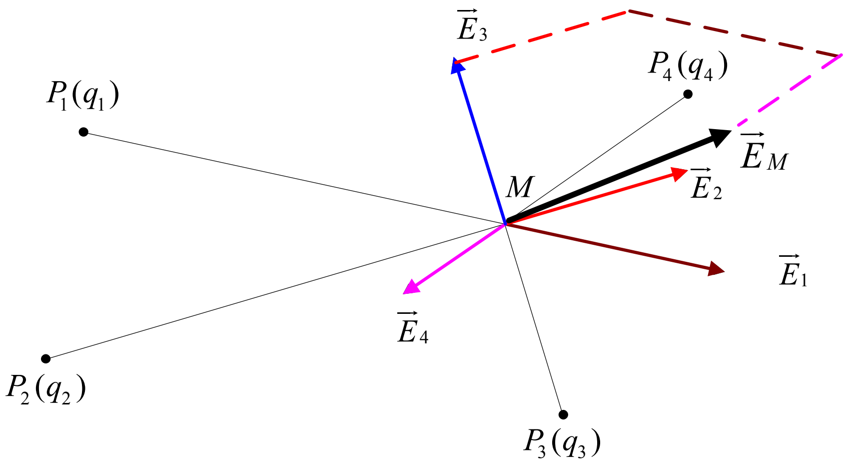
إذا كان لدينا الآن n جسيمة شحنها الكهربائية q_i ، الواقعة في النقاط P_i : فما هو الحقل الكهروساكن المتولد عن هذه المجموعة من الشحن في نقطة M ؟

فكما هو الشأن بالنسبة للقوى ، فإن مبدأ التراكب صالح كذلك بالنسبة للحقل الكهربائي.

(و بما أنه مبدأ فلا يمكن البرهنة عليه و إنما يجد صحته في التجربة).

و منه فإن:

$$\boxed{\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i} \qquad (9.1)$$



الشكل 13.1 : تراكب الحقول الكهربائية في النقطة M

4/ الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع مستمر للشحنة:

(Champ électrique crée par une distribution continue de charges)

في حالة عدد كبير من الشحنات ، يمكن لها أن تكون موزعة توزيعا مستمرا على استقامة واحدة ، على سطح مستو أو في حجم.

في مثل هذا التوزيع للشحنة فإن مبدأ التراكب يبقى صالحا. وعليه فيجب تجزئة هذا التوزيع إلى عدد لا متناهي من الأحجام أو السطوح أو القطع المستقيمة الصغيرة جدا و المشحونة ، ثم القيام بحساب العناصر الأساسية من الحقل $d\vec{E}$ المتولدة عن كل عنصر من تلك العناصر المشحونة ، ثم القيام بالجمع الشعاعي للحقول العنصرية $d\vec{E}$. و بما أننا نأخذ العناصر اللامتناهية الصغر فإننا نحول الجمع $(\sum)$ إلى تكامل ثلاثي $(\iiint)$ ، ثنائي $(\iint)$ أو عادي $(\int)$ و هذا حسب ما إذا كان لدينا حجم ، سطح أو طول.

و انطلاقا من ذلك نحصل على:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \qquad (10.1)$$

<u>حذار</u> من الاعتقاد أن $E = \int dE$ لأن $d\vec{E}$ عبارة عن أشعة.

في حالة جملة محاور كارتيزية O_{xyz} ، يكون لدينا :

$$d\vec{E} = dE_x.\vec{i} + dE_y.\vec{j} + dE_z.\vec{k} \qquad (11.1)$$

وبعملية التكامل نصل إلى:

$$\vec{E} = \int\left(dE_x.\vec{i} + dE_y.\vec{j} + dE_z.\vec{k}\right) = E_x.\vec{i} + E_y.\vec{j} + E_z.\vec{k} \qquad (12.1)$$

و منه فأن :

$$E_x = \int dE_x \quad , \quad E_y = \int dE_y \quad , \quad E_z = \int dE_z \qquad (13.1)$$

و في كل الحالات فإن العبارة الواجب الاحتفاظ بها هي:

$$\boxed{\vec{E}(M) = \int d\vec{E}(M)} \qquad (14.1)$$

مع العلم أن:

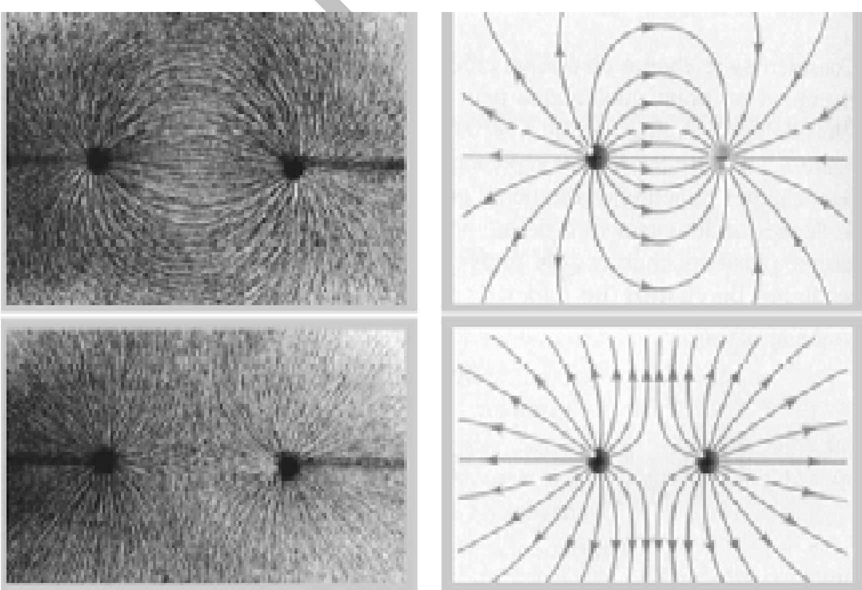
$$\boxed{d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \vec{u}} \qquad (15.1)$$

لتوضيح هذا المبدإ نقترح دراسة ثلاث تطبيقات شائعة لاحقا.

5/ خطوط الحقل الكهربائي(أو الطيف الكهربائي): (Lignes ou spectre de champ)

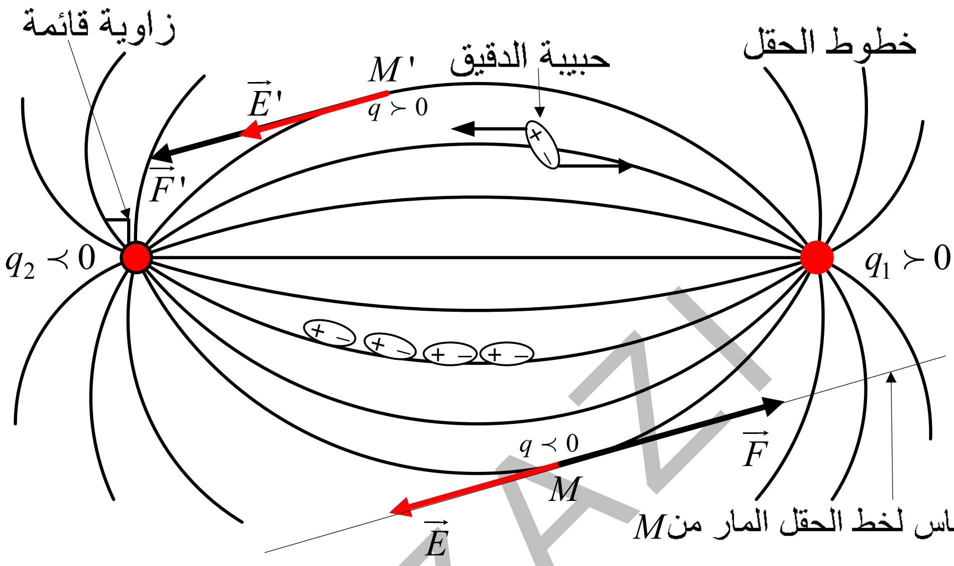
❖ **وصف تجربة:** بجوار مسريين مشحونين ، الواحد إيجابا $(q_1 \succ 0)$ و الآخر سلبا $(q_2 \prec 0)$ ، نذرّ حبيبات الدقيق الغليظ (أو بذور العشب الطبيعي) على سطح من الزيت.

❖ **ملاحظة:** نلاحظ أن حبيبات الدقيق (أو بذور العشب الطبيعي) ترسم منحنيات نطلق عليها اسم خطوط الحقل الكهربائي. الشكل (14.1).



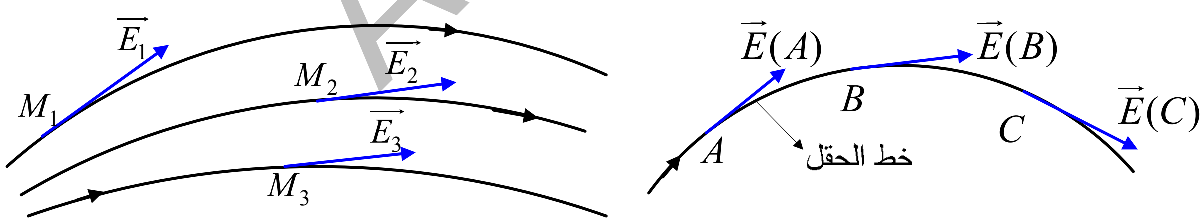
الشكل 14.1 : بذور العشب الطبيعي على سطح من الزيت،صورة و تمثيلا

❖ **تفسير:** تحت تأثير الحقل الناتج عن الشحنتين q_1 و q_2 فإن حبيبات الدقيق تستقطب. و هكذا تصبح كل حبيبة عبارة عن ثنائي قطب كهربائي بحيث تخضع الشحنات لقوة كهربائية مطبقة من قبل q_1 و q_2. هذه القوى لها فعل توجيه كل حبيبة موازاة للقوى الكهربائية. الشكل (15.1).



الشكل 15.1: خطوط الحقل التي ترسمها حبيبات الدقيق

تعريف: خطوط الحقل الكهربائي هي خطوط موجهة و مماسية في كل نقطة لشعاع الحقل $\vec{E}$. و هي خطوط تمر من الشحنة q.(الشكل 16.1)

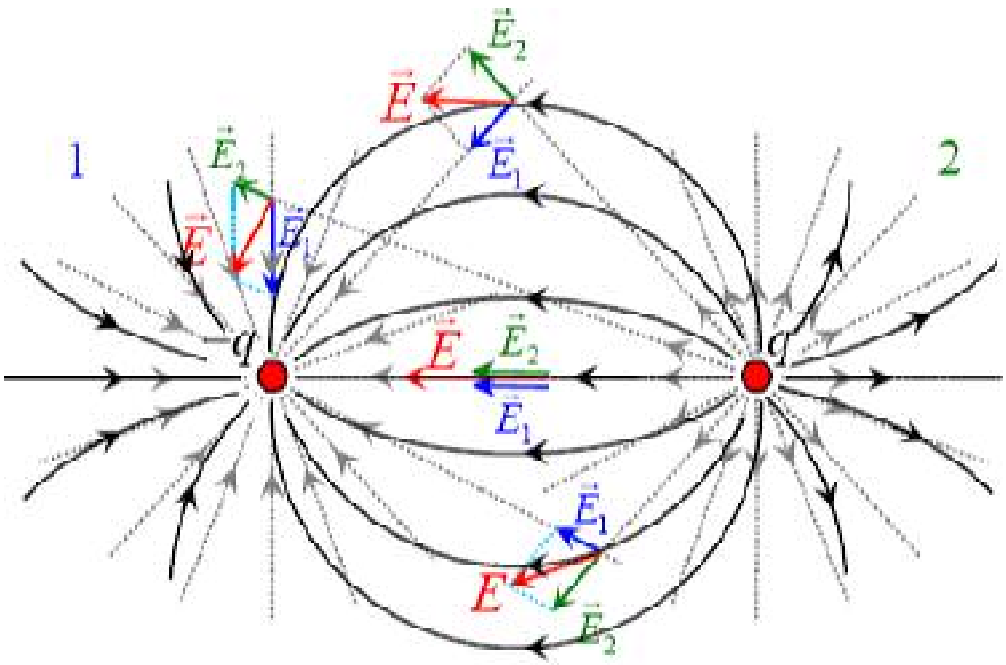


الشكل 16.1: خطوط الحقل الكهربائي

في حالة شحنة نقطية ، فإن خطوط الحقل هي نصف مستقيمات تتقاطع في النقطة حيث تتمركز الشحنة. في حالة شحنة موجبة ، الحقل يكون موجها نحو الخارج و نقول أنه مغادر و هو الأمر نفسه بالنسبة لخطوط الحقل. و العكس صحيح بالنسبة للشحنة السالبة و نقول أن الحقل يصل أو يرد.الشكل(17.1)

الشكل 17.1: خطوط الحقل الكهربائي لشحنة موجبة و لشحنة سالبة منفردتين

يمثل الشكل (18.1) خطوط الحقل حول شحنتين نقطيتين متجاورتين و متساويتين و مختلفتي الإشارة.



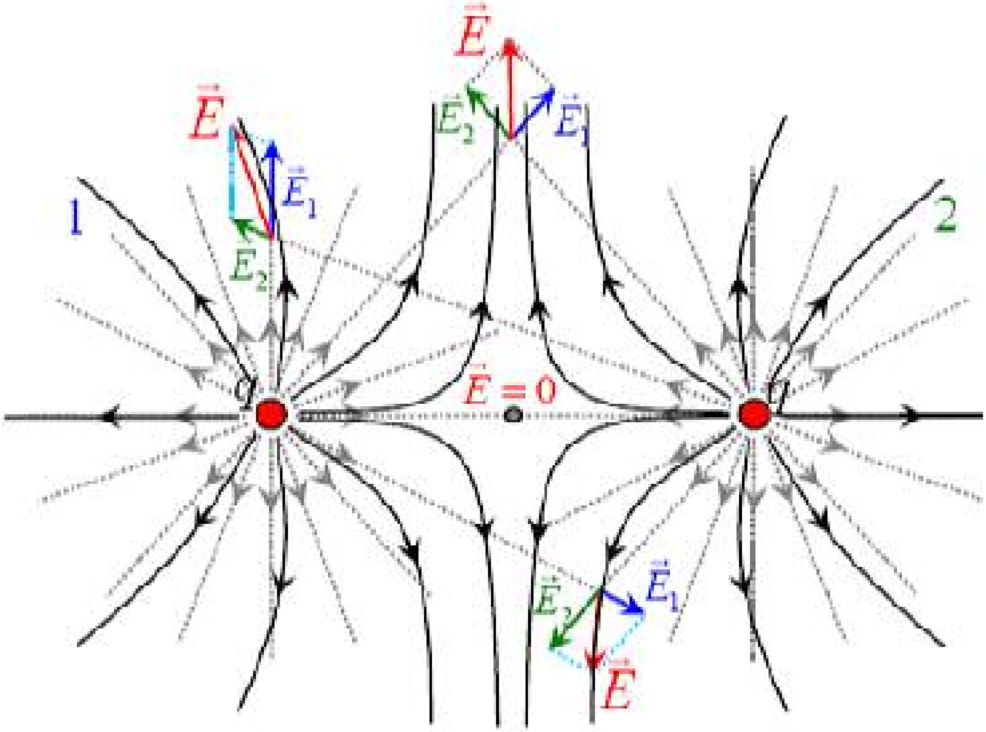
الشكل 18.1:خطوط الحقل لشحنتين متساويتين و متعاكستي الإشارة

كما يمثل الشكل(19.1) خطوط الحقل حول شحنتين نقطيتين متجاورتين و متساويتين و تحملان نفس الشحنة.

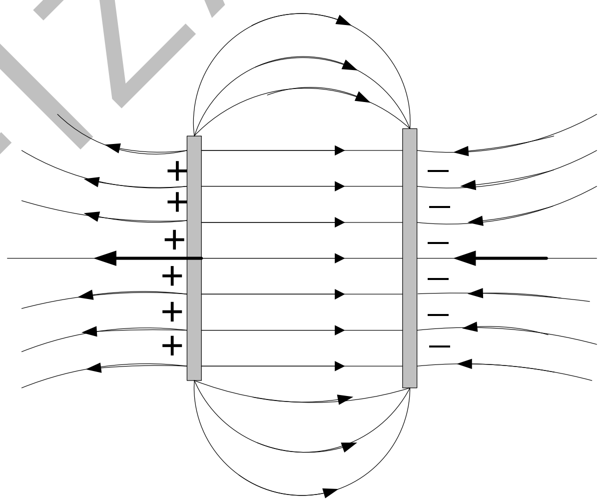
و يمثل الشكل (20.1) خطوط الحقل المنتظم (صفيحتان متوازيتان متقاربتان ومشحونتان الواحدة إيجابا و الأخرى سلبا، و بشحنتين متساويتين بالقيمة المطلقة).

باستثناء حافتي المكثفة ، فإن خطوط الحقل داخل المكثفة متوازية،متعامدة مع كل من الصفيحتين، و متساوية الكثافة.

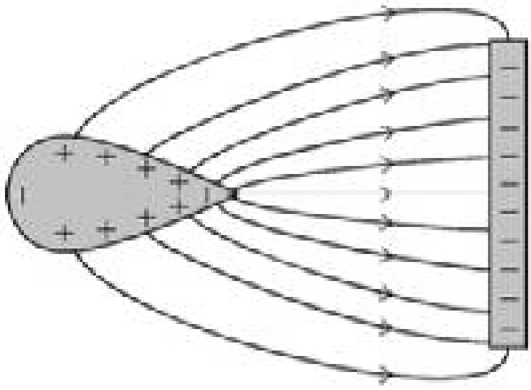
كما يمثل الشكل (21.1) خطوط الحقل لناقل حاد.



الشكل 19.1 : خطوط الحقل لشحنتين متساويتين



الشكل 20.1: خطوط الحقل الكهربائي المنتظم



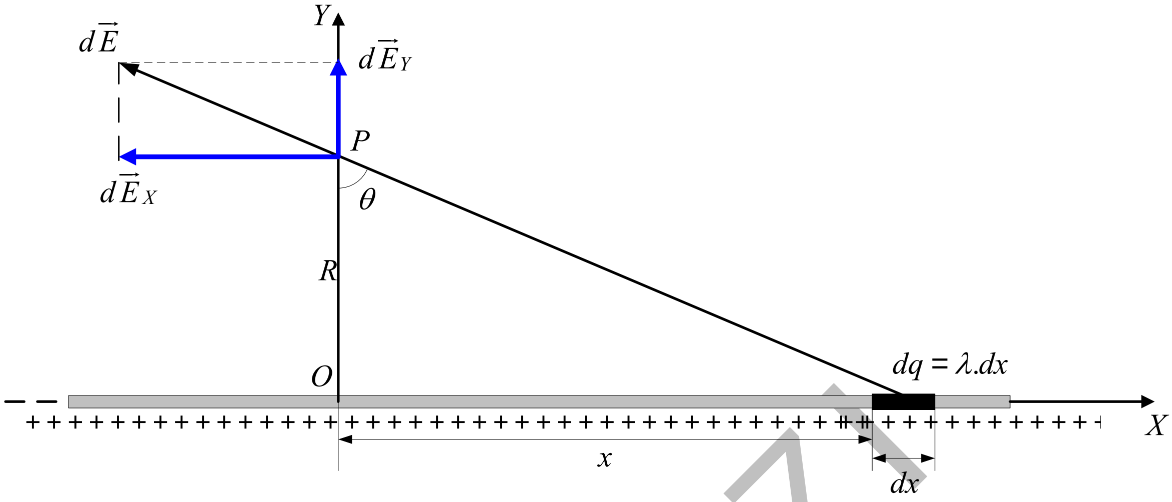
الشكل 21.1 : الحقل الكهربائي لناقل حاد

6/ تطبيقات:

ا/ التطبيق الأول: الحقل الكهروساكن الناتج عن سلك رقيق لامتناهي الطول يحمل شحنة موجبة طولية كثافتها λ ثابتة.

المطلوب: حساب الحقل الكهربائي الساكن $\vec{E}$ المتولد في النقطة P عن كامل الشحنة التي يحملها السلك.(الشكل22.1).

الحل:العنصر الصغير الواجب أخذه هو قطعة مستقيمة طولها dx تحمل الشحنة العنصرية : $dq = \lambda . dx$ ،



الشكل 22.1: الحقل الكهروساكن في النقطة P الناتج عن السلك المشحون

الحقل العنصري $d\vec{E}$ المتولد عن الشحنة dq يقع على امتداد القطعة المستقيمة و التي طولها r الواصلة بين P و dq.

بتطبيق العلاقة (14.1) نصل إلى:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{\lambda . dx}{r^2}$$

مع العلم أن:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y$$

كما أن:

$$E_x = \int dE_x = \int dE.\sin\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \int dE.\cos\theta$$

أي:

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{r^2}.\sin\theta$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{r^2}.\cos\theta$$

نلاحظ أن r,θ,x متغيرات ، بينما R ثابت.نستنتج هندسيا أن:

$$x = R.tg\theta \Rightarrow dx = R.d\theta.\frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$r = \frac{R}{\cos\theta}$$

تبعا لهذه النتائج نحصل على:

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{r^2}.\sin\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{(R/\cos^2\theta).d\theta}{R^2/\cos^2\theta}.\sin\theta$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{1}{R}.\sin\theta.d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{R}.\left[-\cos\theta\right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} \Rightarrow \boxed{E_x = 0}$$

هذه النتيجة ($\overrightarrow{E_x}$) كانت متوقّعة بسبب التناظر في المسألة.

أما المركبة العمودية فتحسب بنفس الطريقة حيث:

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{r^2}.\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{(R/\cos^2\theta).d\theta}{R^2/\cos^2\theta}.\cos\theta$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{1}{R}.\cos\theta.d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{R}.\left[\sin\theta\right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} \Rightarrow \boxed{E_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.\frac{\lambda}{R}}$$

أي أن في النهاية:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \overrightarrow{E_y} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.\frac{\lambda}{R}\vec{j}}$$

نفس الطريقة إذا كان الأمر يتعلق بحلقة رقيقة.يمكن الاستعانة بحل التطبيق الثاني.

ب/ التطبيق الثاني:الحقل الكهروساكن الناتج عن قرص رقيق يحمل شحنة موجبة سطحية كثافتها ثابتة σ.

قرص مركزه O و نصف قطره R مشحون بانتظام بكثافة سطحية $\sigma \succ 0$. ليكن OX محور عمودي في النقطة Oعلى القرص.

1/ أحسب بدلالة x الحقل $\vec{E}$ في كل نقطة من المحور $X'X$.(علينا دراسة ($x \succ 0$; $x \prec 0$; $x = 0$).

الحل: لتكن P نقطة من المحور OX حيث $OP = x$. لنحسب الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة السطحية في هذه النقطة. (الشكل23.1)

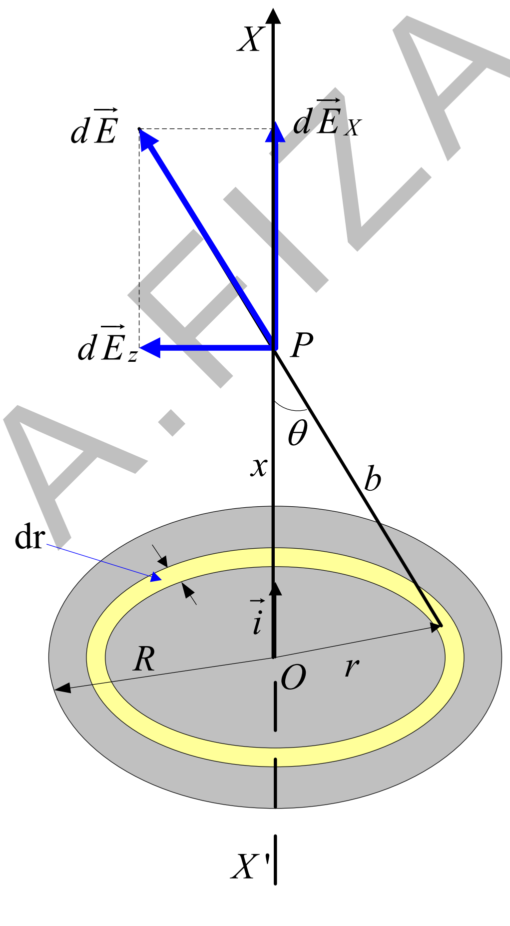
العنصر الصغير الواجب أخذه بعين الاعتبار هو إكليل (حلقة) عرضه dr و سطحه dS يحمل الشحنة العنصرية: $dq = \sigma.dS = \sigma.2\pi r.dr$.

بتطبيق العلاقة (14.1) يمكن حساب الحقل العنصري $d\vec{E}$ المتولد عن الشحنة dq:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{b^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{\sigma.2\pi rdr}{b^2}$$

مع العلم أن:

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_z$$



الشكل 23.1: الحقل الكهروساكن في النقطة P والناتج عن القرص المشحون

للحصول على الحقل الناتج عن كل القرص نكامل من 0 إلى R .

نرى أن:

$$E_x = \int dE_x = \int dE.\cos\theta$$
$$E_z = \int dE_z = \int dE.\sin\theta$$

نظرا لتناظر المسألة فإن :

$$\boxed{\overrightarrow{E_z} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \overrightarrow{E_x}}$$

نترك للطالب فرصة التحقق بالحسابات من أن $\overrightarrow{E_z} = \vec{0}$

$$E_x = \frac{\sigma.2\pi}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{r.dr}{b^2}.\cos\theta$$

نلاحظ من خلال الشكل أن:

$$b^2 = x^2 + r^2$$
$$\cos\theta = \frac{x}{b} \Rightarrow \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

تبعا لهذه النتائج نحصل على:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int \frac{x.r.dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$
$$E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r.dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} \Rightarrow E = \frac{\sigma.x}{2\varepsilon_0}.\left[\frac{-1}{(x^2+r^2)^{1/2}}\right]_0^R$$

في النهاية:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.\left[\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\sqrt{(x^2+R^2)}}\right]}$$

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_z \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \overrightarrow{E_x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]\vec{i}} \rightarrow (1)$$

مناقشة:

$$x \succ 0 \;\Rightarrow\; \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\vec{i} \rightarrow (2)$$

$\vec{E}$ موجهة وفق $\vec{i}$ و يبتعد عن الشحنات الموجبة.

$$x \prec 0 \;\Rightarrow\; \vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)\vec{i} \rightarrow (3)$$

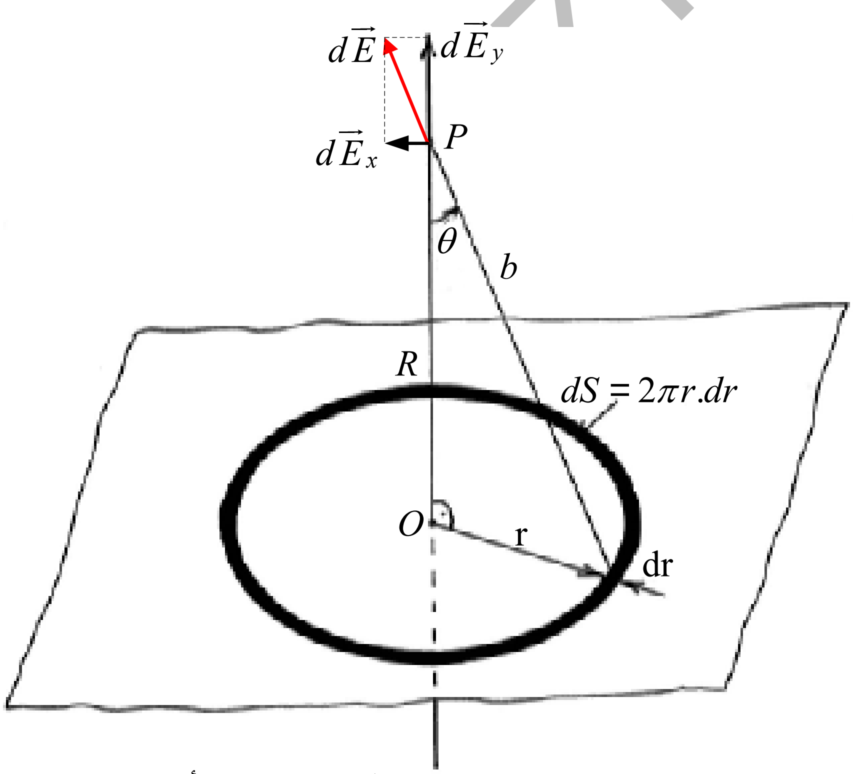
$\vec{E}$ تعاكس $\vec{i}$ و يبتعد من الشحنات الموجبة.
للحصول على عبارة $\vec{E}$ من أجل $x=0$ لا بد من القيام من دراسة نهاية المعادلة (2) أو المعادلة (3) لما يؤول x إلى الصفر. نجد:

$$x=0 \;\Rightarrow\; \vec{\mathrm{E}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$$

ج/ التطبيق الثالث: الحقل الكهروساكن الناتج عن صفيحة تحمل شحنة موجبة سطحية كثافتها ثابتة σ.

هنا السطح العنصري هو عبارة عن حلقة نصف قطرها r و سمكها dr و مركزها O. (الشكل 24.1)

هذه الحلقة تولد حقلا كهربائيا شاقوليا في النقطة P (المركبات الأفقية تنعدم مثنى مثنى نتيجة التناظر)، $\vec{E_x}=\vec{0} \Rightarrow \vec{E}=\vec{E_y}$ و على الطالب أن يتحقق من هذه النتيجة.



الشكل 24.1: حقل سطح لا متناهي الأبعاد

نلاحظ من الشكل أن: $dE_y = dE.\cos\theta$

الحلقة تحمل الشحنة الكلية: $dq = dS.\sigma = 2\pi r.dr.\sigma$

و منه فإن الحقل العنصري المتولد في النقطة P عن الحلقة هو:

$$dE = dE_y = K.\frac{dq}{b^2}.\cos\theta = K.\frac{2\pi r.dr.\sigma}{\left(R^2+r^2\right)}.\frac{R}{b}$$

و بالتالي فإن الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن كل السطح هو :

$$E = \int_0^\infty K.\frac{2\pi r.dr.\sigma.R}{\left(R^2+r^2\right)^{3/2}} = K.2\pi\sigma.R\int_0^\infty \frac{r.dr}{\left(R^2+r^2\right)^{3/2}} \Rightarrow E = K.2\pi\sigma.R\left[-\frac{1}{\sqrt{R^2+r^2}}\right]_0^\infty$$

و في الأخير:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

و هذا معناه أن الحقل الكهربائي ثابت على طول المحور Oy. فحيث ما وجدت النقطة P على المحور Oy فإن الحقل الكهربائي هو نفسه.

D/ الكمون الكهربائي: (Potentiel électrique)

1/ تجوّل حقل أشعة: (Circulation d'un champ de vecteurs)

نفترض جسيمة ما تنتقل من A إلى B بإتباع المسار المنحني L داخل حقل للأشعة (قد يكون حقل الجاذبية أو حقلا كهربائيا أو حقلا مغناطيسيا...) و الذي نرمز إليه بـــ $\vec{V}$.

تعريف: نسمي **التكامل المنحني لحقل الأشعة** $\vec{V}$ من النقطة A إلى النقطة B على طول المسار L العبارة:

$$\boxed{\int_L \vec{V}.d\vec{l} = \int_A^B \vec{V}.d\vec{l}} \quad \text{حيث } d\vec{l} \text{ هو شعاع الانتقال العنصري.} \qquad (16.1)$$

ملاحظة: في الحالة العامة التكامل المنحني يتعلق بالمسلك.

تعريف: إذا كان المسلك أو المسار عبارة عن منحني مغلق فإن التكامل المنحني يسمى **تجول حقل الأشعة** و يكتب على الشكل:

$$\boxed{\text{Circulation de } \vec{V} = \oint \vec{V}.d\vec{l} = \vec{V} \text{ تجـــوّل}} \qquad (17.1)$$

لنطبق في ما يلي هذين التعريفين على الحقل الكهربائي $\vec{E}$.

2/ تجوّل الحقل الكهربائي: (Circulation du champ électrique)

نعتبر منطقة من الفضاء يسود فيها حقل كهربائي. كل جسيمة q_0 تقع في هذا الحقل تخضع لقوة كهربائية:

$$\vec{F} = q_0.\vec{E} \quad (\vec{F} \text{ لها نفس اتجاه } \vec{E} \text{ إذا كانت } q_0 \succ 0) \qquad (18.1)$$

إذا لم تمسك هذه الشحنة فإنها ستنتقل في اتجاه $\vec{F}$. نفترض مجربا يريد نقل الشحنة q_0 وفق مسلك ما ببطء شديد. من أجل ذلك ، يجب أولا تطبيق قوة معاكسة مباشرة للقوة $\vec{F}$ لإبطال مفعولها ، ثم تطبيق قوة إضافية في اتجاه الانتقال المراد. في أقصى الحدود و للحصول على انتقال لا متناهي البطء، نعتبر أنه يكفي تطبيق قوة على q_0 لتعوض القوة الكهربائية مساوية لها. هذا يعني تطبيق القوة $\vec{F}_d = -q_0.\vec{E}$.

من أجل انتقال عنصري $d\vec{l}$ فإن العمل العنصري المناسب هو:

$$dW = \vec{F}_d.d\vec{l} \Rightarrow dW = -q_0\,\vec{E}.d\vec{l}$$

إذا أردنا نقل الشحنة q_0 وفق مسلك كيفي AB ، يجب بذل عمل W_{AB}:

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_d.d\vec{l} \;\Rightarrow\; W_{AB} = -\int_A^B q_0\,\vec{E}.d\vec{l} \;\Rightarrow\; W_{AB} = -q_0\int_A^B \vec{E}.d\vec{l} \qquad (19.1)$$

تعريف: التكامل $\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$ يسمى **تجول الحقل الكهربائي** على طول المنحنى من A إلى B.

تنبيه: هذا التجول **محافظ** أي أنه لا يتعلق بالمسلك المتبع. كما أن تجول الحقل الكهربائي وفق منحى مغلق (الرجوع إلى نقطة الانطلاق) معدوم كما سنرى.

حالة خاصة: إذا كانت $|q_0| = 1C$ ، في هذه الحالة $W = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$ و يسمى العمل المنجز في هذه الحالة **القوة المحركة الكهربائية** (Force électromotrice).و لذا:

تعريف: القوة المحركة الكهربائية تساوي العمل المنجز لنقل شحنة الوحدة ($q = 1C$) على طول منحنى.

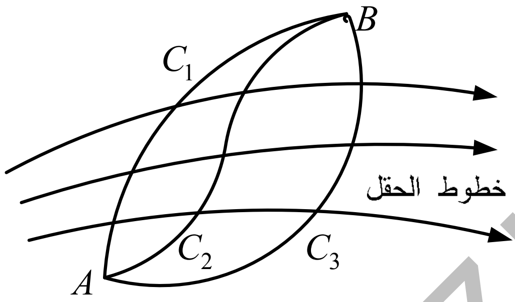
توضيح: إن كلمة "قوة" هنا مغالطة.لأننا نتكلم عن طاقة ، فالعادة هي التي أورثتنا كلمة "قوة" عوض طاقة.

3/ الكمون الكهربائي: (Potentiel électrique)

في المثال المجسد على الشكل 25.1 يكون لدينا:

$$\underset{C_1\ \text{المسلك}}{\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}} = \underset{C_2\ \text{المسلك}}{\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}} = \underset{C_3\ \text{المسلك}}{\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}} \qquad (20.1)$$

هذا يعني أن العمل اللازم لنقل الشحنة من النقطة A إلى النقطة B مستقل عن المسلك المتبع. عندما لا يتعلق تجول الحقل على طول منحنى بالمسلك، و لكن يتعلق فقط بنقطة الانطلاق و نقطة الوصول ، نقول عن هذا الحقل أنه **<u>محافظ</u>**. و هذا هو حال الحقل الكهروساكن.



الشكل 25.1 : العمل لا يتعلق بمسار الشحنة

في العبارة (19.1) نضع :

$$\boxed{dV = -\vec{E}.d\vec{l}} \qquad (21.1)$$

V هو مقدار سلمي يسمى **<u>الكمون الكهربائي</u>**. نقول في هذه الحالة أن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ **<u>مشتق من الكمون</u>** V.

الطاقة اللازمة لنقل الشحنة q_0 بين النقطتين B و A هي إذن:

$$W_{AB} = -q_0\int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = q_0\int_A^B dV = q_0\left|V\right|_A^B = \left(V_B - V_A\right).q_0 \qquad (22.1)$$

المقدار $V_B - V_A$ يسمى **التوتر أو فرق الكمون** بين النقطتين B و A و نرمز له بـــ U_{BA} حيث:

$$U_{BA} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \qquad (23.1)$$

و هذا ما يؤدي بنا إلى تعريف فرق الكمون:

<u>تعريف</u>: فرق الكمون $\left(U_{BA} = V_B - V_A\right)$ يساوي العمل الواجب تقديمه لشحنة الواحدة (قيمتها تساوي الواحدة) لنقلها من النقطة A إلى النقطة B.

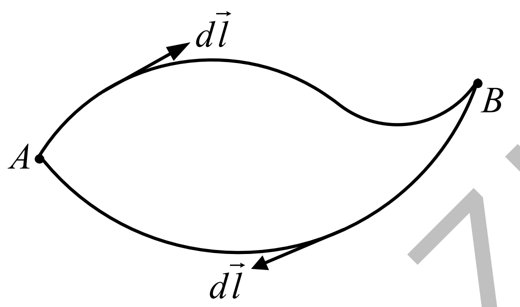
4/ تجوّل الحقل الكهربائي على طول منحنى مغلق:

إذا كان المنحنى المتبع من قبل الشحنة مغلقا، فكيف نبرهن أن تجول $\vec{E}$ معدوم؟

يكون الجواب سهلا إذا حددنا على هذا المنحنى L المغلق نقطتين A و B. الشكل 26.1.

$$\oint_L \vec{E}.d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l} + \int_B^A \vec{E}.d\vec{l} \qquad (24.1)$$

$$\oint_L \vec{E}.d\vec{l} = \left(V_A - V_B\right) + \left(V_B - V_A\right) = 0 \qquad (25.1)$$



الشكل 26.1 : تجول V وفق منحنى مغلق

الخلاصة: في الكهرباء الساكنة ، يكون تجول الحقل الكهربائي على طول كل منحنى مغلق معدوما.

$$\boxed{\oint_L \vec{E}.d\vec{l} = 0} \qquad (26.1)$$

هذه النتيجة صحيحة دائما كلما كان **الحقل مشتق من كمون.**

5/ الكمون الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q:

عرفنا أن $\vec{E}$ الناتج عن q يكون قطريا (أي يمر من الشحنة q)،

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q}{r^2} \qquad (27.1)$$

لحساب V نحسب تجول $\vec{E}$ على طول نصف قطر ما:

لدينا

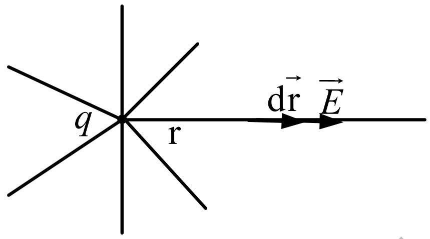
$$d\vec{l} \parallel d\vec{r}$$

و بما أن

$$d\vec{r} \parallel \vec{E}$$

فإن

$$\left.\begin{array}{l} dV = -\left(\vec{E}.d\vec{r}\right) \\ dV = -E.dr \end{array}\right| \Rightarrow dV = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r^2}dr \qquad (28.1)$$



الشكل 27.1 : تجول الكمون وفق القطر

ومنه

$$V(r) = \int dV = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{1}{r^2}dr \Rightarrow \boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r} + C^{te}} \qquad (29.1)$$

بافتراض $V = 0$ لما $r = \infty$ فإن $C^{te} = 0$

في النهاية نصل إلى:

$$\boxed{V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r}} \qquad (30.1)$$

يكون الكمون ثابتا على كرات نصف قطرها r و مركزها الشحنة q. نقول أن هذه لكرات تشكل سطوح متساوية الكمون (surfaces équipotentielles).

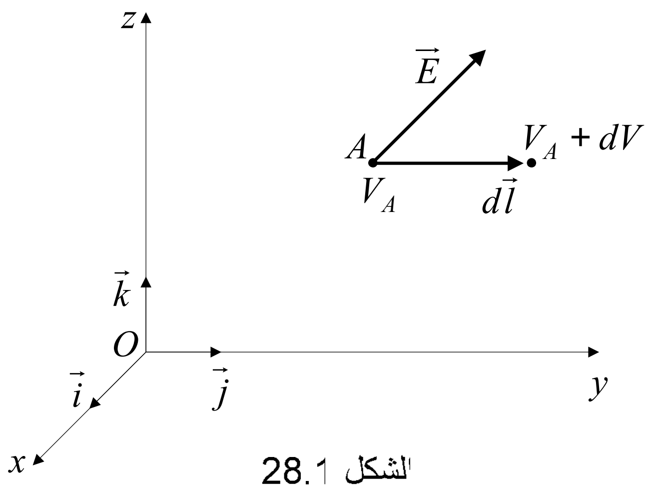
نبرهن أن فرق الكمون بين كرتين نصفي قطريهما r_1 و r_2 يعطى بالعبارة:

$$\boxed{V_1 - V_2 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}.\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]} \qquad (31.1)$$

6/ حساب $\vec{E}$ من V:

رأينا أن $dV = -\vec{E}.d\vec{l}$ ، و باعتبار معلم كارتيزي O_{xyz} ، و بافتراض أن الكمون V و الحقل $\vec{E}$ معروفان في النقطة A من الفضاء، يمكن حساب الكمون $V_A + dV$ في كل

نقطة موصولة إلى A بالشعاع العنصري $d\vec{l}$. الشكل28.1.



الشكل 28.1

حالة خاصة: نفترض أننا نبتعد عن A في جهة x (و تبقى y و z ثابتتان). و عليه فإن $d\vec{l} = \vec{i}dx$ و منه $dV = -\left(\vec{E}.\vec{i}\right).dx$ أي:

$$\boxed{dV = -E_x.dx} \qquad (32.1)$$

نتوصل في هذه الحالة الخاصة إلى أن:

$E_x = -\dfrac{dV}{dx}$ حيث dV هو تغير V عندما y و z تكونان ثابتتين و أن x وحدها تتغير.

هذا الشرط في الإحداثيات يتطابق مع مفهوم **الاشتقاق الجزئي**. و عليه يمكن كتابة:

$$\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}} \qquad (33.1)$$

بتكرار نفس التحليل من أجل y و z نجد:

$$\boxed{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}} \qquad (34.1)$$

$$\boxed{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}} \qquad (35.1)$$

بما أننا في المعلم O_{xyz} فإن:

$$\vec{E} = \vec{E_x} + \vec{E_y} + \vec{E_z} \Rightarrow \vec{E} = E_x.\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

و عليه:

$$\vec{E}=\left[-\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}-\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}-\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right]\Rightarrow\vec{E}=-\left[\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right] \quad (36.1)$$

نتعرف في هذه العبارة على **مؤثر التدرج** و بالتالي فإن:

$$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}V=-\left[\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right] \quad (37.1)$$

$$\boxed{\vec{E}=-\overrightarrow{grad}V} \quad (38.1)$$

نفهم جيدا هنا العبارة "**الحقل الكهربائي** $\vec{E}$ **مشتق من الكمون** V" .

عبارة $\vec{E}$ بالإحداثيات الأسطوانية هي:

$$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}V=-\left[\frac{\partial V}{\partial \rho}\overrightarrow{u_\rho}+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{u_\theta}+\frac{\partial V}{\partial z}\overrightarrow{u_z}\right] \quad (39.1)$$

أما بالإحداثيات الكروية فإن $\vec{E}$ يعطى بالعبارة:

$$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}V=-\left[\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{u_r}+\frac{1}{r}.\frac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{u_\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}.\frac{\partial V}{\partial \varphi}\overrightarrow{u_\varphi}\right] \quad (40.1)$$

مثال 5.1: أستنتج عبارة شعاع الحقل الكهربائي من عبارة الكمون الكهربائي التالية:
$V(x,y,z)=3x^2y+z^2$.

أحسب شدة $\vec{E}$ في النقطة $A(1,2,-1)$.

الجواب: يكفي اشتقاق $V(x,y,z)$ باستعمال المعادلة(37.1) لنجد:

$$\boxed{\vec{E}=-\left[6xy\vec{i}+3x^2\vec{j}+2z\vec{k}\right]}$$

أما الشدة في النقطة $A(1,2,-1)$ فهي:

$$\vec{E}=-12\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}\Rightarrow E=\sqrt{12^2+3^2+2^2}$$

$$E=\sqrt{157}\quad\Rightarrow\quad\boxed{\mathrm{E}\approx 12.53\mathrm{V/m}}$$

7/ الكمون الكهربائي الناتج عن عدة شحن نقطية متفرقة:

بما أن V مقدار سلمي فإن الكمون $V(M)$ في النقطة M الناتج عن عدة شحن يعطى بالعبارة السلمية:

$$\boxed{V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}} \qquad (41.1)$$

حيث r_i هي المسافة بين q_i و النقطة M علما أن q_i يمكن أن تكون موجبة أو سالبة و لذا لابد من أخذها بإشارتها(+ أو −).

8/ الكمون الكهربائي الناتج عن توزيع مستمر للشحنة:

في مثل هذه الحالة يكفي القيام بعملية تكاملية بعد تعيين شحنة عنصرية مناسبة dq ، مثلما قمنا به في حالة الحقل الكهربائي:

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}} \qquad (42.1)$$

نصيحة: في الحالة العامة ، يستحسن حساب الكمون الكهربائي أولا ثم استنتاج شعاع الحقل الكهربائي بعملية اشتقاق.

مثال 6.1: تحمل حلقة ، مركزها O و نصف قطرها R ، شحنة q موزعة بانتظام بكثافة طولية $\lambda \succ 0$.

1/ أحسب الكمون الكهربائي الناتج في النقطة M من المحور Oy و الواقعة على البعد y من O.

2/ إستنتج شعاع الحقل في النقطة M .

الحل: بالنسبة للنقطة M المحددة فإن r, y, R ثوابت ، و اعتمادا على الشكل 29.1 و بوضع $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ يمكننا كتابة:

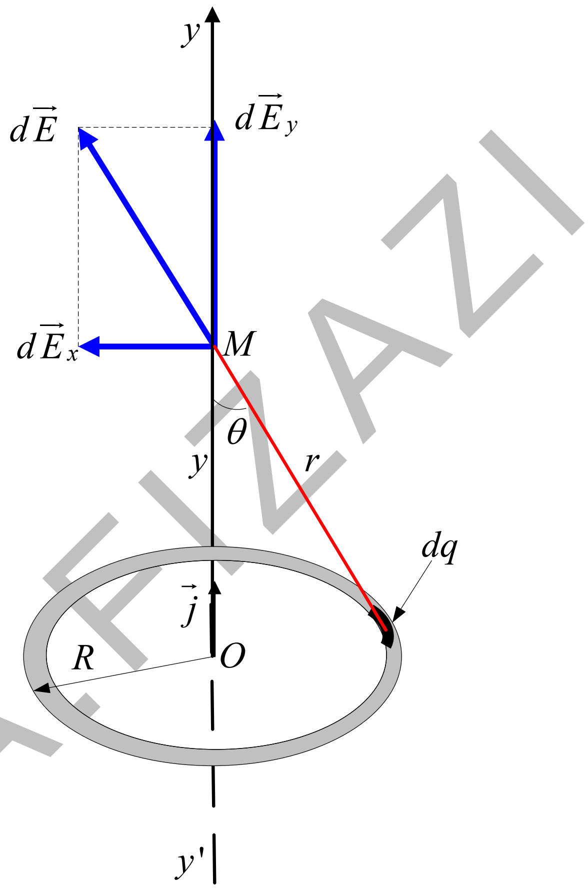
$$dV = K\frac{dq}{r} \;\Rightarrow\; \int dV = \frac{K}{r}\int dq \;\Rightarrow\; \mathrm{V} = \frac{\mathrm{Kq}}{r} + C^{te}$$

من الشكل نلاحظ أن $r = \sqrt{R^2 + y^2}$ و بعد تعويض K و $q = \lambda.2\pi R$ نصل إلى:

$$\boxed{V = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + y^2}} + C^{te}}$$

يبقى الآن استنتاج E. بغية هذا يكفي اشتقاق عبارة V بالنسبة لــ y باستغلال المعادلة (34.1):

$$\boxed{E = -\frac{dV}{dy} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{E} = \frac{\lambda . R}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{y}{\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}}$$



الشكل 29.1: الحقل الكهروساكن في النقطة M والناتج عن الحلقة المشحونة

كما يمكن كتابة عبارة الشعاع $\vec{E}$

$$\boxed{\vec{\mathrm{E}} = \left[\frac{\lambda . R}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{y}{\left(R^2 + y^2\right)^{3/2}}\right] \vec{j}}$$

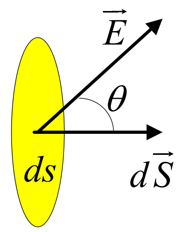
E / التدفق الكهروساكن: نظرية غوص:(flux électrostatique et théorème de Gauss)

1/ التدفق الكهربائي:

❖ **تعريف**: نسمي تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح المقدار:

$$\boxed{\Phi = \int \vec{E}.d\vec{S}} \qquad (43.1)$$

$d\vec{S}$: شعاع السطح العنصري و هو دائما عمودي على السطح و موجه إلى خارج الحجم المحدود بالسطح.



الشكل 30.1: التدفق عبر سطح عنصري

إذا كانت الزاوية بين $\vec{E}$ و $d\vec{S}$ هي θ فإن:

$$\boxed{\Phi = \oint_S E.dS.\cos\theta} \qquad (44.1)$$

وحدة التدفق الكهربائي هي **الويبر** $(weber\ Wb)$ و معادلته ذات الأبعاد هي:

$$[\Phi] = L^3.T^{-3}.A^{-1}$$

2/ نظرية غوص:

تعبر نظرية غوص عن العلاقة بين التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق و عدد الشحنات المتواجدة داخل الحجم المحاط بهذا السطح.

مثلا: لتكن q شحنة نقطية موجبة و التي تولد حقلا كهربائيا قطريا موجها نحو الخارج شدته $E(r) = K.\dfrac{q}{r^2}$.

نعتبر كسطح مغلق كرة مركزها الشحنة q. الشكل 31.1

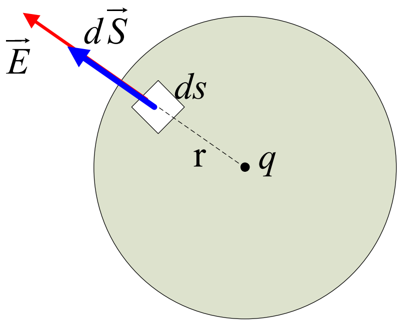
بما أننا في حالة كرة فإن كل الأشعة $d\vec{S}$ هي قطرية أي أن لها نفس حامل $\vec{E}$ و بالتالي فإن $(\vec{E}, d\vec{S}) = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1$.

التدفق الكهربائي العنصري عبر سطح عنصري $d\vec{S}$ هو:

$$d\Phi = \vec{E}.d\vec{S} = E.dS \tag{45.1}$$

بعملية تكاملية نحصل على:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \oint_S K.\frac{q}{r^2}.dS \tag{46.1}$$



الشكل 31.1 : شحنة نقطية داخل كرة

و بما أن نصف قطر الكرة ثابت فإن :

$$\Phi = K.\frac{q}{r^2}\oint_S dS \tag{47.1}$$

يكفي التذكر بأن المساحة الكلية للكرة هي:

$$\oint_S dS = S = 4\pi r^2 \tag{48.1}$$

و بالتعويض نجد:

$$\boxed{\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}} \tag{49.1}$$

النتيجة: تدفق الحقل الكهربائي الصادر من كرة $(\forall r)$ يوجد في مركزها شحنة نقطية موجبة $(q \succ 0)$ يساوي $\frac{q}{\varepsilon_0}$.

في حالة $q \prec 0$ ، الحقل الكهربائي $\vec{E}$ موجه نحو مركز الكرة و التدفق الكهربائي Φ يكون سالبا لأن $\cos\pi = -1$ $(\vec{E}, d\vec{S}) = \pi \Rightarrow$.

تعميم: النتيجة المتوصل إليها بالحساب من أجل شحنة واحدة هي محققة في الحالة العامة.

من أجل ذلك نعتبر سطحا مغلقا كيفيا يحتوي على n شحنة $q_1 + q_2 .... + q_n$ (مهما كانت إشاراتها).

نبرهن في هذه الحالة أن :

$$\boxed{\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i.\frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}} \quad [\mathrm{Wb}] \qquad (50.1)$$

و هذه هي **نظرية غوص**:

النص: التدفق لحقل كهربائي و العابر لسطح مغلق يساوي **المجموع الجبري** للشحنات المتواجدة **داخل** الحجم المحدود من قبل السطح ، تقسيم نفاذية الفراغ ε_0.

الفائدة من هذا القانون: يسمح هذا القانون بتسهيل حساب الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع بسيط للشحنات.

نورد في ما يلي بعض الأمثلة لتوضيح كيفية تطبيق نظرية غوص.

3/ تطبيق نظرية غوص:

ا/ الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية:

نعتبر الشحنة الموجبة q مركزا لكرة نصف قطرها r ، $\vec{E}$ قطري و مغادر أي $\cos 0 = 1$:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} \Rightarrow \Phi = \oint_S E.dS \Rightarrow E.S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

سطح الكرة هو $S = 4\pi r^2$ و منه:

$$\boxed{E = \frac{q}{\varepsilon_0 .S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{1}{r^2}} \qquad (51.1)$$

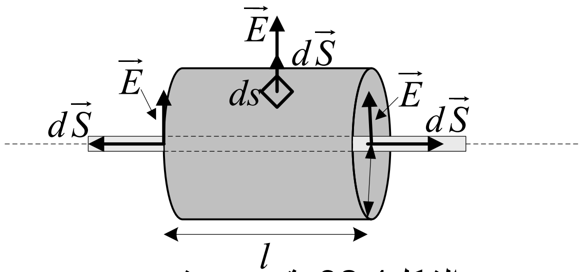
ب/ الحقل الكهربائي الناتج عن قضيب مشحون بانتظام و لا متناهي الطول:

سطح غوص الملائم لهذه الحالة هو أسطوانة محورها منطبق مع القضيب و طولها l.

هناك ثلاث سطوح: سطح قاعدي S_1 ، سطح قاعدي S_2 ، و السطح الجانبي S_L :

التدفق عبر كل السطوح المكونة لأسطوانة غوص هي مجموع التدفقات عبر كل سطح أي : $\Phi = \sum \Phi_i$

$$\Phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \underbrace{\oint_{S_1} \vec{E}.d\vec{S}}_{0} + \underbrace{\oint_{S_2} \vec{E}.d\vec{S}}_{0} + \oint_{S_L} \vec{E}.d\vec{S} \qquad (52.1)$$



الشكل32.1: قضيب مشحون

على السطحين القاعديين (S_1) و (S_2) ، الحقل $\vec{E}$ عمودي على الشعاع $d\vec{S}$، و لذلك لا يوجد أي تدفق عبر هذين السطحين $(\cos\pi/2=0)$. أما على السطح الجانبي (S_L) الأشعة $d\vec{S}$ كلها قطرية شأنها شأن $\vec{E}$ $(\cos 0=1)$ و عليه:

$$\Phi=\oint_{S_L}\vec{E}.d\vec{S}=E.S_L=\frac{Q_i}{\varepsilon_0} \qquad (53.1)$$

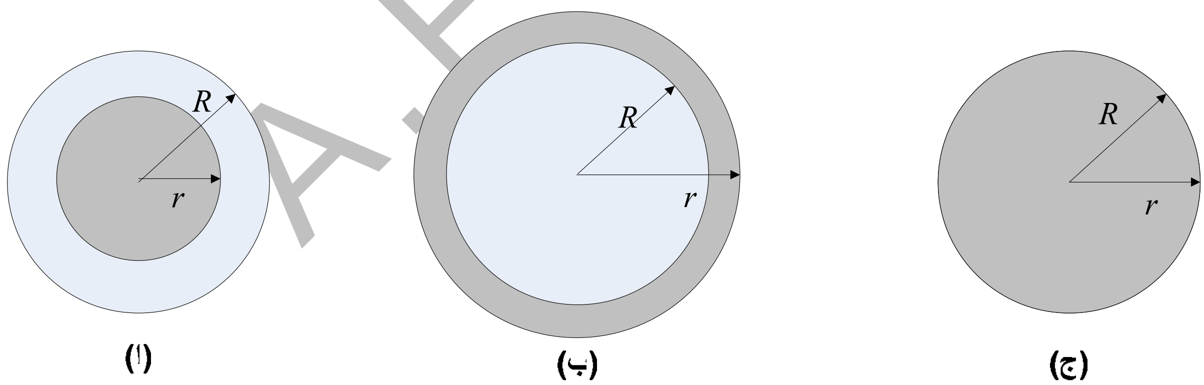
علما أن $Q_i=\lambda.l$ و من ثمة :

$$E.2\pi R.l=\frac{\lambda.l}{\varepsilon_0}\Rightarrow\boxed{E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}} \qquad (54.1)$$

ج/ الحقل الكهربائي الناتج عن كرة مصمتة مشحونة بانتظام:

مساحة غوص الملائمة هنا هي كرة نصف قطرها r. بتطبيق قانون غوص:

$$\Phi=\oint\vec{E}.d\vec{S}\Rightarrow\Phi=\oint_S E.dS\Rightarrow E.S=\frac{Q_i}{\varepsilon_0} \qquad (55.1)$$



الشكل33.1: كرة مصمتة مشحونة

مناقشة:

❖ $R\succ r$: الشكل 33.1 –أ– جزء فقط من الشحنة التي تحملها الكرة محصور داخل سطح غوص:

$$E.4\pi r^2 = \frac{\rho.V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho.\frac{4}{3}\pi.r^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}.r} \qquad (56.1)$$

E يتناسب طردا مع البعد r .

❖ $R \prec$ r : الشكل33.1 –ب- كل الشحنة التي تحملها الكرة موجودة داخل سطح غوص:

$$E.4\pi r^2 = \frac{\rho.V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho.\frac{4}{3}\pi.R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}.\frac{R^3}{r^2} \Rightarrow \boxed{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} \qquad (57.1)$$

الكرة و كأنها شحنة نقطية.

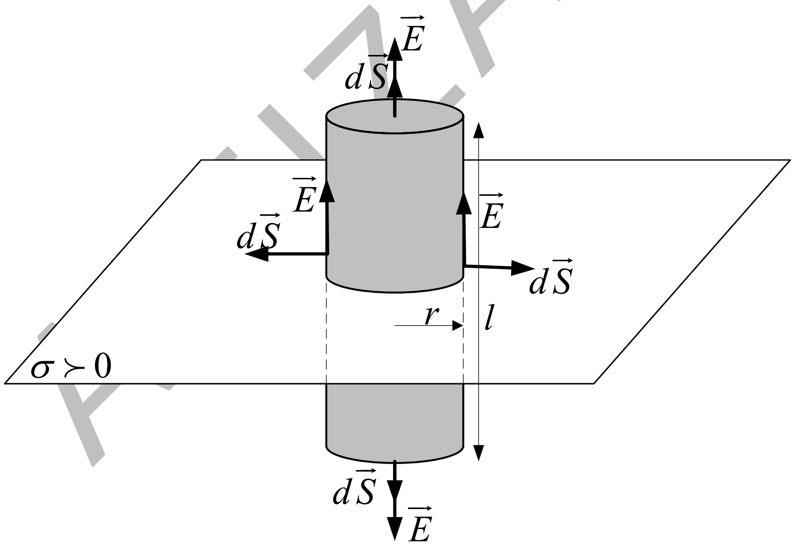
❖ $R =$ r:الشكل 33.1 –ج– سطح غوص منطبق مع سطح الكرة:

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}.\frac{R^3}{R^2} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}.R} \qquad (58.1)$$

شدة الحقل الكهربائي على سطح الكرة ثابت.

د/ الحقل الكهربائي الناتج عن مستوى لا نهائي مشحون بانتظام:

سطح غوص الملائم هنا هو أسطوانة عمودية على السطح. هنا كذلك لدينا ثلاثة سطوح:



الشكل34.1: سطح لامتناهي مشحون

التدفق عبر السطح القاعدي S_1 : $\Phi_1 = E.S_1$،

التدفق عبر السطح القاعدي S_2 : $\Phi_2 = E.S_2$،

التدفق عبر السطح الجانبي S_Lمعدوم $\left(d\vec{S} \perp d\vec{E}\right)$،

<u>إنتبه إلى أن</u> $\vec{E_1} = -\vec{E_2}$ و لكن $E.S_1 = E.S_2$ و منه:

$$\Phi = 2E.S = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

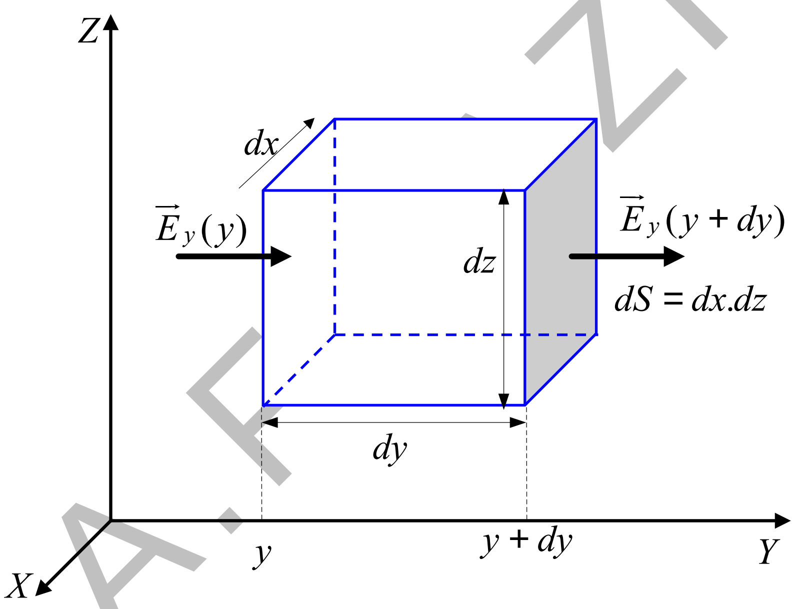
و أخيرا نلاحظ أن الحقل الكهربائي منتظم مهما كان بعد النقطة عن المستوى:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} \qquad (59.1)$$

الخلاصة: من خلال هذه الأمثلة نلاحظ أن النتائج المتحصل عليها هي مطابقة لتلك التي وجدناها في الفقرة C و لكن بأكثر سهولة ، و هذه هي الفائدة من تطبيق نظرية غوص.

4/ الشكل التفاضلي لنظرية غوص: (forme différentielle du théorème de Gauss)

الإحداثيات الديكارتية للحقل $\vec{E}$ هي $E_x\ , E_y\ , E_z$. لنحسب التدفق الصادر من مكعب عنصري حجمه $dv = dx.dy.dz$.(الشكل 35.1)



الشكل 35.1: التدفق عبر حجم عنصري

التدفق الناتج عن المركبة E_y :

- ✓ معدوم على الوجوه : الأمامي ، الخلفي ، العلوي والسفلي و ذلك لأن شعاع الحقل عمودي على شعاع السطح.
- ✓ يبقى حساب التدفق على الوجهين الجانبيين ذاتي المساحة $dS = dx.dz$.

- التدفق الداخل في y سالب نظرا لأن الحقل موجه نحو داخل الحجم عكس $d\vec{S}$ $\left(\left(\vec{E_y}, d\vec{S}\right) = \pi\right)$ و يساوي:

$$-E_y(y).dx.dz$$

• التدفق الخارج في $y+dy$ موجب و يساوي: $+E_y(y+dy).dx.dz$

و من هذا نحصل على التدفق عبر الوجهين الجانبيين:

$$\Phi_{dSy} = \left(E_y(y+\partial y).dx.dz - E_y(y)\right)\partial x.\partial z$$

بما أن المسافة dy بين السطحين صغيرة جدا فإن الرياضيات تسمح لنا بكتابة:

$$E_y(y+\partial y) - E_y(y) = \Delta E_y = dE_y = \left(E_y\right)'.dy = \frac{\partial E_y}{\partial y}dy$$

النتيجة لكل هذا:

$$d\Phi_{dSy} = \left(E_y(y+\partial y).dx.dz - E_y(y)\right)\partial x.\partial z = \left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\partial x.\partial y.\partial z$$

$$\left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\partial x.\partial y.\partial z = \left(\frac{\partial E_y}{\partial y}\right).dv$$

بما أن النتائج متماثلة بالنسبة للتدفق عبر الواجهات الأربعة المتبقية ، فإن التدفق الكلي للحجم العنصري dv يساوي: $d\Phi_E = d\Phi_{dS_x} + d\Phi_{dS_y} + d\Phi_{dS_z}$

$$d\Phi_{\vec{E}} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)dx.dy.dz = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right).dv$$

إذا كانت dq هي شحنة الحجم dv فإنه حسب نظرية غوص:

$$d\Phi_{\vec{E}} = \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right]dv = \frac{dq}{\varepsilon_0}$$

إذا كانت ρ ترمز إلى الكثافة الشحنية الحجمية فإن $dq=\rho.dv$ و منه:

$$\boxed{\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \qquad (60.1)$$

نتعرف في هذه العبارة على تباعد $\vec{E}$:

$$\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}} \qquad (61.1)$$

و التي تعبّر عن نظرية غوص على الشكل التفاضلي.

فكيف تكون عبارة الكمون الكهربائي؟

نعرف أن $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

أي : $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ $\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

و منه:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial V}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial V}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial V}{\partial z}\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

أي:

$$\boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}} \qquad (62.1)$$

يطلق على هذه العبارة اسم **معادلة بواسون** (équation de Poisson) التي تسمح بحساب V إذا كنا نعرف توزيع الشحنة و العكس صحيح.

مثال7.1: يسود في منطقة من الفراغ حقل كهروساكن من الشكل: $\vec{E} = x.\vec{i} + 2y.\vec{j} + 3\vec{k}$.

أوجد عبارة الكثافة الحجمية للشحنة.

الجواب: تطبيقا للمعادلة (61.1):

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \rho = \varepsilon_0\left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right]$$

$$\rho = \varepsilon_0\left[1 + 2 + 0\right] \Rightarrow \boxed{\rho = 3\varepsilon_0}$$

مثال8.1: تعطى عبارة الكمون: $V(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^3} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\left(x^2 + y^2 - z^2\right)$

إستنتج عبارة كثافة الشحنة.

الجواب: من معادلة بواسون نتوصل إلى ρ:

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\left[2 + 2 - 2\right] = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 . a^3}}$$

ماذا لو لم تكون هناك أي شحنة؟

هذا يعني أن:

(62.1) $$\rho = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0}$$

تعرف هذه العبارة باسم **معادلة لابلاس**(équation de Laplace) و تستعمل خاصة في ميكانيك السوائل. يظهر في هذه المعادلة مؤثر يسمى **مؤثر لابلاس** أو **لابلاسيان** (Le Laplacien) و هو:

(64.1) $$\boxed{\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}}$$

5/ مفهوم الزاوية الصلبة:(Notion de l'angle solide)

في الهندسة المستوية الزاوية المستوية هي التي نهتم بها في تقديراتنا. أما حين يتعلق الأمر بالهندسة الفضائية فإن الحديث يكون على الزاوية الصلبة أو المجسدة. فعلى سبيل المثال الأشعة الضوئية المنبعثة من منبع ضوئي نقطي في الظلام يتميز بمقدارين: المنحى أو الجهة (عبارة عن مستقيم) و الزاوية الأعظمية لانتشار الحزمة الضوئية حول هذا المستقيم (عبارة عن مخروط). في الحالة الأخيرة تلك الزاوية هي التي نسميها **الزاوية الصلبة أو المجسدة.** الشكل 36.1–أ–

تعريف: الزاوية الصلبة ، أو المجسدة ، العنصرية هي الفضاء الموجود داخل سطح مخروطي عنصري dS البعيد بالمسافة R عن قمة المخروط ، و تحسب بالعبارة:

(65.1) $$\boxed{d\Omega = \frac{dS}{R^2}}$$

تكون الزاوية الصلبة موجبة دائما و هي مستقلة عن R. وحدتها **ستيراديان** (sr) (stéradian).

لتحديد قيمة الزاوية الصلبة Ω ، نرسم دائرة مركزها O و نصف قطرها R. مساحة الدائرة التي يقطعها المخروط هي S (الشكل 36.1–ب–) . قيمة الزاوية الصلبة هي:

(66.1) $$\boxed{\Omega = \frac{S}{R^2}}$$

بالإحداثيات الكروية فإن السطح العنصري ، باعتبار R ثابتة ، يساوي:

(67.1) $$dS = R^2 \sin\theta . d\theta . d\varphi$$

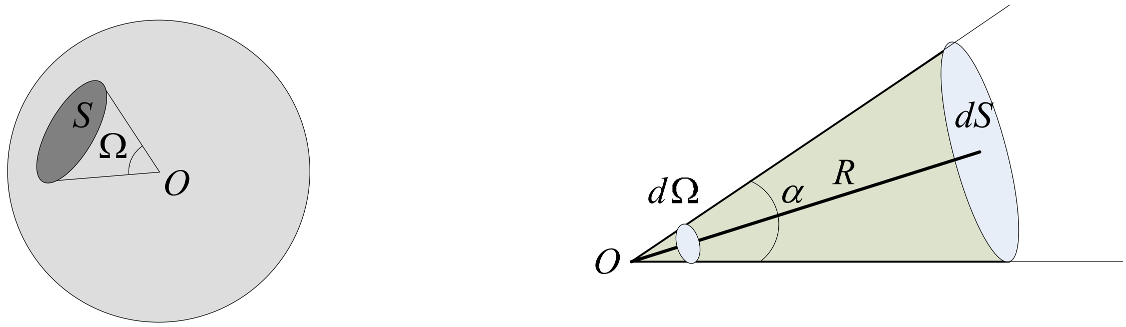
إذن الزاوية الصلبة العنصرية تكتب:

(68.1) $$d\Omega = \sin\theta . d\theta . d\varphi$$

و منه فإن الزاوية الصلبة المحيطة بمخروط ، زاويته في القمة α ، تساوي:

$$\Omega = \int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi . \int_0^{\alpha} \sin\theta . d\theta = 2\pi\left(1-\cos\alpha\right) \qquad (69.1)$$

$$\boxed{\Omega = 2\pi\left(1-\cos\alpha\right)} \qquad (70.1)$$



(ب) (أ)

الشكل36.1: الزاوية الصلبة

❖ مناقشة:

الحالة الأولى: $\boxed{\Omega = 2\pi \text{ sr}} \Leftarrow \alpha = \pi/2$ مناسب لنصف الفضاء المشكل من قبل الزاوية $\alpha = \pi/2$.

الحالة الثانية : $\boxed{\Omega = 4\pi \text{ sr}} \Leftarrow \alpha = \pi$ مناسب لكل الفضاء حول نقطة و هي أكبر قيمة للزاوية الصلبة.

الحالة العامة:

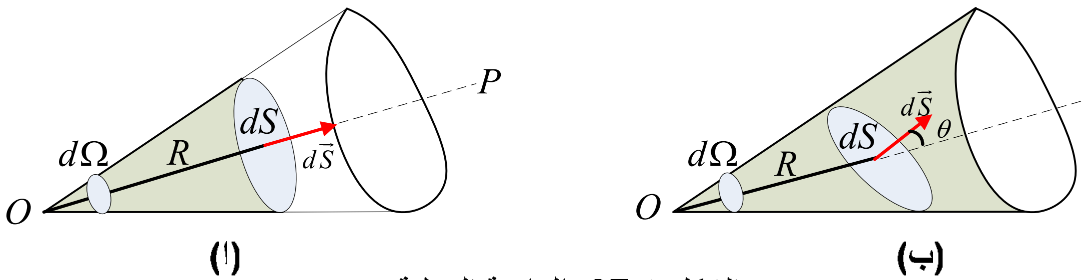
☜ إذا كان شعاع السطح العنصري موازيا للمستقيم OP (الشكل37.1–ا–) فإن $\cos\theta = 1$ ، و بالتالي الزاوية الصلبة العنصرية تساوي:

$$\boxed{d\Omega = \frac{dS}{R^2}} \qquad (71.1)$$

☜ أما إذا كان شعاع السطح العنصري يصنع الزاوية θ مع المستقيم OP (الشكل37.1–ب–) فإن الزاوية الصلبة العنصرية تساوي:

$$\boxed{d\Omega = \frac{dS.\cos\theta}{R^2}} \qquad (72.1)$$

هذه العلاقة هي التي يجب الاحتفاظ بها لحساب الزاوية الصلبة في الحالة العامة.



الشكل 37.1: الزاوية الصلبة

❖ **العلاقة بين الزاوية الصلبة و التدفق الكهربائي:**

الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q على البعد r من الشحنة هو $E = K\dfrac{q}{r^2}$.

التدفق العنصري $d\Phi$ عبر السطح العنصري dS الموجود على البعد r من الشحنة يكتب:

$$d\Phi = E.dS = K.q\frac{dS}{r^2} \qquad (73.1)$$

$$\boxed{d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}.d\Omega} \qquad (74.1)$$

بعملية تكاملية نحصل على التدفق الكلي العابر لكل السطح S:

$$\boxed{\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\Omega} \qquad (75.1)$$

التدفق الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية عبر سطح كيفي يساوي $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}$ مضروب في الزاوية الصلبة Ω التي نرى من خلالها هذا السطح من الشحنة النقطية.

إذا كان السطح مغلقا و يحيط بالشحنة q فإن الزاوية الصلبة هي 4π و التدفق يساوي $\dfrac{q}{\varepsilon_0}$.

أما إذا كان السطح مغلقا و لا يحيط بالشحنة q فإن الزاوية الصلبة معدومة $(\Omega = 0)$ و التدفق الكهربائي معدوم كذلك.

F/ ثنائي القطب الكهربائي: (Dipôle électrique)

❖ **تعريف:** يتكون ثنائي قطب كهربائي من شحنتين متساويتين و متعاكستين في الإشارة و متباعدتين بمسافة صغيرة جدا.

الشكل 18.1 يمثل خطوط الحقل لثنائي القطب الكهربائي.

❖ **تعريف:** العزم الكهربائي (moment dipolaire) لثنائي القطب هو شعاع حرّ $\vec{p}$ يساوي جداء قيمة الشحنة q في شعاع الإنتقال $\vec{a}$ للشحنة ، موجه من الشحنة الموجبة نحو الشحنة السالبة (الشكل 38.1):

$$\boxed{\vec{p} = q.\vec{a}} \qquad (76.1)$$

❖ **الكمون الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي:**

نريد حساب الكمون الكهربائي الناتج عن الشحنتين $+q$ ، $-q$ في نقطة P تبعد بــ r_1 عن الشحنة $+q$ و بــ r_2 عن الشحنة $-q$. البعد a صغير جدا أمام المسافتين r_1 و r_2. (الشكل 38.1).

$$V = \sum V_i \Rightarrow V = K\left[\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right] \Rightarrow V = K.q.\frac{(r_2 - r_1)}{r_2.r_1}$$

بما أن $r \succ\succ a$ فإن $r_1.r_2 \approx r^2$ و $r_2 - r_1 = a.\cos\theta$ و عليه فإن:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q.a.\cos\theta}{r^2} \Rightarrow \boxed{V = \frac{p.\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0.r^2}} \qquad (77.1)$$

❖ **الحقل الكهربائي الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي:**

سنحاول إيجاد E انطلاقا من المعادلة $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$.

☜ **بالإحداثيات المستطيلة:** اعتمادا على الشكل 38.1 نرى أن:

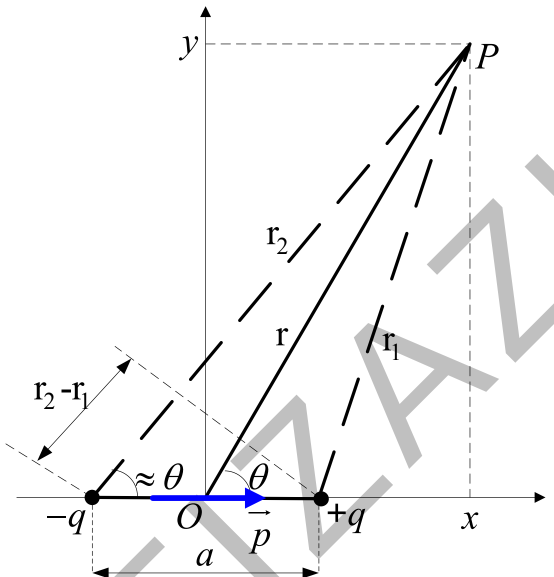
$$r_1 = \left[y^2 + (x - a/2)^2\right]^{1/2} \quad ; \quad r_2 = \left[y^2 + (x + a/2)^2\right]^{1/2}$$

و بما أن

$$V = K.q\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

إذن:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.q\left[\frac{1}{\left[y^2 + \left(x - a/2\right)^2\right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[y^2 + \left(x + a/2\right)^2\right]^{1/2}}\right] \qquad (78.1)$$



الشكل38.1: ثنائي القطب الكهربائي

يبقى الآن القيام بعملية الاشتقاق:

$$(79.1)\ E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.q\left[\frac{x - a/2}{\left[y^2 + \left(x - a/2\right)^2\right]^{3/2}} - \frac{x + a/2}{\left[y^2 + \left(x + a/2\right)^2\right]^{3/2}}\right]$$

$$(80.1)\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.q\left[\frac{y}{\left[y^2 + \left(x - a/2\right)^2\right]^{3/2}} - \frac{y}{\left[y^2 + \left(x + a/2\right)^2\right]^{3/2}}\right]$$

☜ **بالإحداثيات القطبية:**

نتبع نفس الطريقة السابقة و نعتمد على الشكل 39.1

نعرف أن: $\vec{E}=\vec{E_r}+\vec{E_\theta}$ و عليه:

$$\boxed{E_r=-\frac{\partial V}{\partial r}=\frac{2p.\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0.r^3}\quad ; \quad E_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}=p.\frac{\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0.r^3}} \qquad (81.1)$$

II/ النواقل المتوازنة

CONDUCTEURS EN EQUILIBRE

A/ تعريف النواقل المتزنة و خصائصها (Définition et propriétés des conducteurs en équilibre)

نذكّر أولا أن الناقل الكهربائي (أو الموصّل) هو كل جسم يمكن لحاملات الشحنة أن تتحرك (أي تتنقل) بداخله بحرية.

1/ تعريف: نقول عن ناقل أنه في حالة توازن كهروساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة.

2/ خواص النواقل المتزنة:

☜ بما أن الشحنات داخل الناقل المتزن ساكنة ، فهي لا تخضع لأية قوة ، و هذا يعني أن الحقل الكروساكن داخل الناقل المتزن معدوم:

$$\vec{F} = q.\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{0}}$$

☜ **يتعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل المتوازن:** هذا راجع لكون خطوط الحقل مماسية لشعاع الحقل و هي متعامدة مع السطح.

☜ **يشكل الناقل المتوازن حجما لتساوي الكمون:** عرفنا أن فرق الكمون بين نقطتين M و M' معرف بالعلاقة $dV = -\vec{E}.d\vec{l}$. و بما أن $\vec{E} = \vec{0}$ فهذا يعني أن الكمون ثابت في كل نقطة **داخل الناقل** المتوازن ، و بالتالي فإن السطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون ، مما يؤكد تعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل.

☜ **الشحنة داخل الناقل معدومة وتتموضع على سطح الناقل:** بالفعل و بما أن عدد البروتونات يساوي عدد الإلكترونات فإن الشحنة المجملة داخل الناقل معدومة. الشحنات الحرة الكلية تتوزع على سطح يشغل سمكا مكونا من بضعة طبقات من الذرات (و لا تعني كلمة السطح هنا ما يفهم من المعنى الهندسي). الشحنات الكهربائية المتحركة تتراكم على السطح حتى يصبح الحقل الذي تنتجه مساويا للحقل الخارجي المطبق على هذا السطح مما يؤدي إلى حالة التوازن.

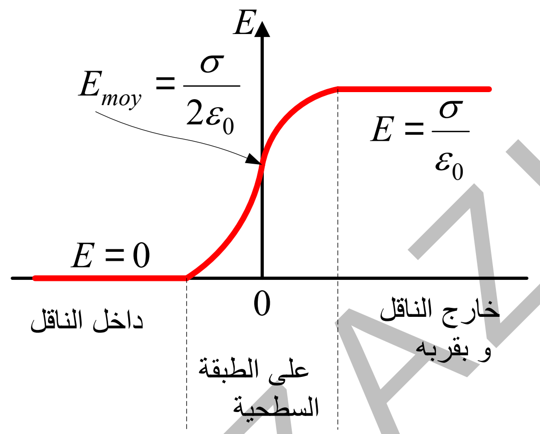
3/ نظرية كولومب:(Théorème de Coulomb)

بجوار ناقل متوازن ، الحقل عمودي على سطح الناقل عبارة شدّته هي $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

σ تمثل الكثافة السطحية للناقل.

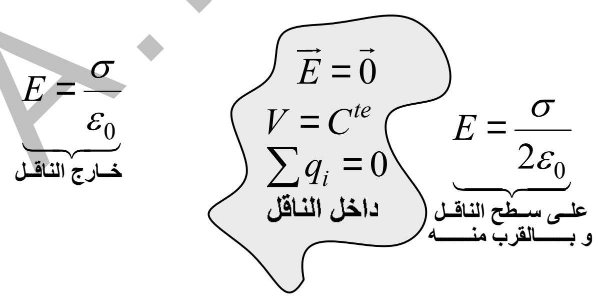
تعطي هذه العبارة قيمة الحقل الكهربائي في نقطة مجاورة للسطح و بخارج الناقل ، بينما الحقل في الداخل معدوم. أما على السطح فإن الحقل يأخذ قيمة متوسطة E_{moy}.

و نتيجة لهذا و عند عبور سطح الناقل ، فإن الحقل الكهربائي يتغير وفق ما هو مبين على الشكل1.2.



الشكل 1.2 : تغير الحقل الكهربائي عند عبور سطح الناقل

يمكن اختصار خصائص الناقل المتزن بما هو مبين على الشكل2.2:



الشكل 2.2 : خصائص الناقل المتزن

4/ الضغط الكهروساكن:(Pression électrostatique)

❖ **تعريف**:الضغط الكهروساكن هو القوة الكهربائية المطبقة على واحدة السطح.

(هذه القوة ناتجة عن التنافر الحاصل بين الشحنات على السطح و الشحنات الأخرى)

$$\boxed{p_e = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}} \qquad (1.2)$$

التحليل: القوة العنصرية $d\vec{f}$ المطبقة على سطح عنصري خارجي $d\vec{S}_{ext}$ لناقل ، يحمل على سطحه شحنة عنصرية $dq = \sigma.dS_{ext}$ ، عبارتها هي:

$$d\vec{f} = dq.\vec{E}_{moy} = \sigma.d\vec{S}_{ext}.\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

و منه:

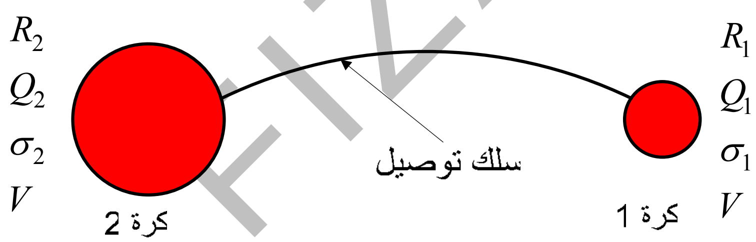
$$d\vec{f} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}.d\vec{S}_{ext} \Rightarrow \frac{d\vec{f}}{d\vec{S}_{ext}} = p_e = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

نستنتج من عبارة الضغط الكهروساكن أنه مقدار سلمي و أنه دائما موجب كما يمكن اعتباره بمثابة القوة التي بإمكانها نزع الشحنات من الناقل.

وحدة الضغط الكهروساكن: **الباسكال** (Pa) (*Pascal*).

5/ قدرة السطوح الحادة (Pouvoir des pointes): تميل الشحنات إلى التراكم على السطوح الحادة (التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا). نبين هذا في المثال التالي.

يمثل الشكل 3.2 ناقلين متكونين من كرتين موصلتين بسلك.



الشكل 3.2 : قدرة السطوح الحادة

الكرتان لهما نفس الكمون V:

$$V = K\frac{Q_1}{R_1} = K\frac{Q_2}{R_2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma_1.4\pi R_1^2}{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma_2.4\pi R_2^2}{R_2} \Rightarrow \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$$

و بما أن $R_2 \succ R_1$ فإن $\sigma_1 \succ \sigma_2$، وهذا يدل على أن الشحنات تميل إلى التراكم على السطوح الحادة.

تستعمل قدرة الرؤوس الحادة لتسهيل عملية التفريغ لتفادي الأخطار التي قد تنجم عن تراكم الشحنات. نجد تطبيقاتها في:

واقية الصواعق التي تثبّت فوق المباني (لاسيما العالية منها) و هي موصلة بالأرض بواسطة أسلاك ناقلة مما يسمح بجذب الشحنات المتراكمة في الهواء و تفريغها في الأرض. و في حالة توفر شروط لحدوث صاعقة بجوار البناية فإن شحناتها تفضل الاتجاه صوب الرأس الحاد ثم تفرغ في الأرض و تسلم البناية و من فيها.

و كذا الأمر بالنسبة للأطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات التي تسمح بالتفريغ المستمر للهواء من الشحنات الكهربائية.

6/ السعة الذاتية لناقل منفرد في الفضاء:(Capacité propre d'un conducteur isolé)

تعريف: السعة الكهربائية لناقل معزول هي النسبة بين شحنته و كمونه:

$$\boxed{C=\frac{Q}{V}} \qquad (2.2)$$

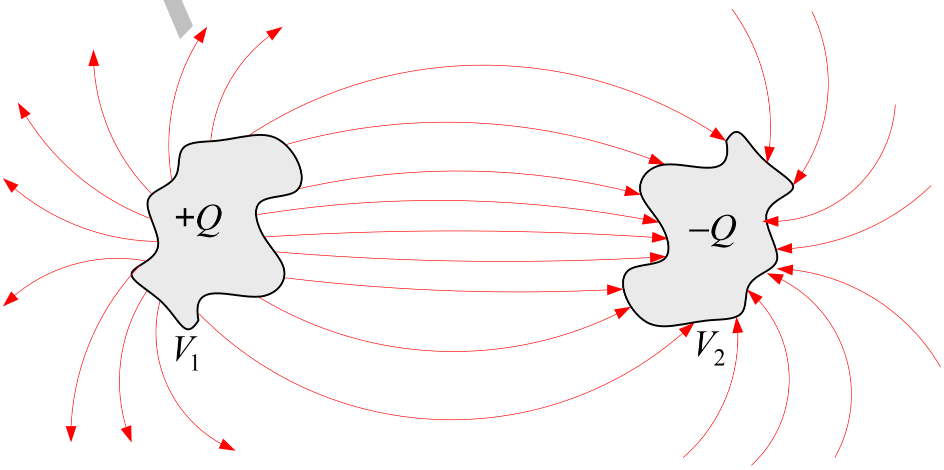
فمثلا ، سعة ناقل كروي في الفراغ ، بما أن كمونه $V=K\dfrac{Q}{R}$ ، هي:

$$C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0.R$$

إذا كان العازل المحيط بالناقل الكروي ليس الفراغ فإن $C=4\pi\varepsilon.R$ حيث ε هي سماحية العازل.

توسيع: يمكن توسيع مفهوم السعة إلى جملة نواقل. ففي حالة ناقلين يحملان شحنتين $+Q$ و $-Q$ و فرق الكمون بينهما $U=V_1-V_2$ (الشكل 4.2) فإن سعة الجملة هي:

$$C=\frac{Q}{V_1-V_2}=\frac{Q}{U}$$



الشكل 4.2 : سعة ناقلين

الوحدة: الكولومب\الفولط $\left(C.V^{-1}\right)$ و نسميها **الفاراد** $\left(F\right)$ نسبة إلى **ميكائيل فارادي** (Michael Faraday 1791-1867).

رتبة بعض المقادير:(Ordre de grandeur de la capacité de quelques corps)

سعة الأرض ، باعتبار نصف قطرها $R = 6400km$ ، هي $C = 70\mu F$.

سعة كرة نصف قطرها $r = 10cm$ ، كمونها $V = 1000V$ بالنسبة للأرض ، هي $C = 10pF$.

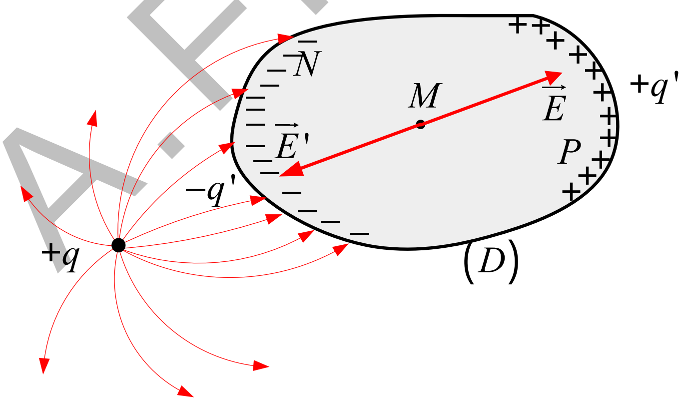
7/ ظاهرة التأثر بين النواقل المشحونة:(Phénomène d'influence entre conducteurs)

ما الذي يحدث عندما نضع ناقلا معتدلا كهربائيا في حقل كهروساكن منتظم ؟

بما أن الشحنات حرة في حركتها سنشهد انتقالا للشحنات الموجبة في جهة $\vec{E}$ ، و الشحنات السالبة في الجهة المعاكسة. يحدث استقطاب للناقل (أي ظهور قطب موجب و قطب سالب). ينجرّ عن هذا توزيع سطحي σ غير منتظم ، غير أن الشحنة الكلية تبقى معدومة.

التأثير الجزئي: (Influence partielle)

نضع الشحنة $+q$ بجوار الناقل $\left(D\right)$ الغير مشحون.(الشكل5.2).



الشكل 5.2 : تأثير شحنة على ناقل متزن

الشحنة $+q$ تولّد ، في كل نقطة من الفضاء المحيط بها ، و خاصة داخل $\left(D\right)$ ، حقلا كهربائيا $\vec{E}$ و الذي يجبر الإلكترونات الحرة للانتقال نحو الوجه N فتشحن هذه المنطقة سلبا. بسبب هجرة الإلكترونات للوجه P يشحن هذا الأخير إيجابا.

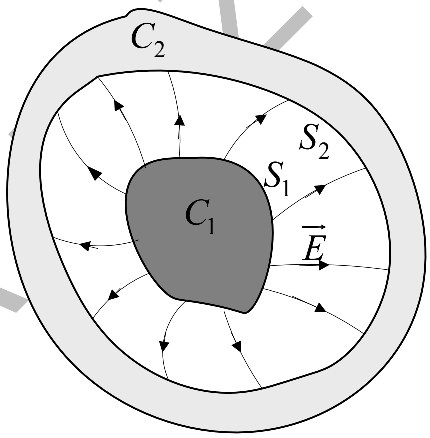
شحنات N و P تنتج بدورها في النقطة M حقلا $\vec{E}'$ معاكسا للحقل $\vec{E}$. تتوقف هجرة الإلكترونات عندما يصبح $\vec{E}+\vec{E}'=\vec{0}$ ، فتصبح للناقل (D) كل خصائص الناقل المتزّن حيث:

- في النقطة M : $\vec{E}_{(+q)}+\vec{E}_{(+q')}+\vec{E}_{(-q')}=\vec{0}$ ، الحقل معدوم داخل الناقل ،
- سطحه متساوي الكمون ،
- الشحنات متراكمة على السطح و موزّعة بطريقة فريدة. حصل هنا تكهرب بطريقة نعرفها، و هي التكهرب بالتأثير. الشحنة الكلية للناقل (D) تبقى معدومة. كلما هناك أننا فرّقنا بين الشحنتين المتساويتين و المتعاكستين في الإشارة $-q'$ و $+q'$.

$|q|\succ|q'|$: هذا يعني أن كل خطوط الحقل المنبعثة من الشحنة النقطية q لا تصل إلى الناقل (D) و هذا ما يميز التأثير الجزئي. الشكل 5.2

التأثير الكلي: (Influence totale)

ناقلان C_1 و C_2 يكونان في تأثير كلي عندما يحيط الجسم المتأثر كليا بالجسم المؤثر. (الشكل 6.2)



الشكل 6.2 : التأثير الكلي

بافتراض C_1 مشحون إيجابا فهذا يعني أن السطح الداخلي S_2 للناقل C_2 يشحن سلبا. في هذه الحالة كل خطوط الحقل المنطلقة من C_1 تصل إلى السطح S_2 للناقل C_2 ، و عليه فإن $|Q_1|=|Q_2|$.

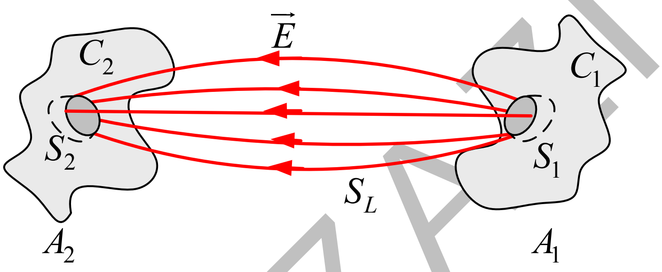
8/ نظرية العناصر المتناسبة:(Théorème des éléments correspondants)

ليكن الناقلان المتزنان (A_1) و (A_2) المتجاوران و الحاملان لكثافتين سطحيتين σ_1 و σ_2. (الشكل 7.2).

إذا لم يكون الناقلان في نفس الكمون ، فإن خطوط الحقل الكهروساكن تربط الناقلين (A_1) و (A_2).

ليكن (C_1) محيط صغير واقعا على سطح (A_1)، بحيث أن كل خطوط الحقل الصادرة من (A_1) و المرتكزة على (C_1) تصل إلى (A_2) و ترسم عليه محيطا مغلقا (C_2).الشكل 7.2

مجموع خطوط الحقل هذه تشكل ما يسمى **أنبوب التدفق**(Tube de flux).



الشكل 7.2: عنصران متناسبان

التدفق الكهروساكن ، عبر السطح الجانبي S_L الذي يرسمه هذا الأنبوب ، معدوم بسبب تعامد شعاع السطح مع شعاع الحقل.

ليكن السطح المتشكل من S_L ، S_1 و S_2: تطبيقا لنظرية غوص ، و بما أن الناقلين في حالة توازن، فإن:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \underbrace{\Phi_{S_L}}_{0} + \Phi_{S_1} + \Phi_{S_2} = 0$$

إذا كانت Q_1 الشحنة التي يحملها S_1 و Q_2 الشحنة التي يحملها S_2 فإن :

$$\frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_1 = -Q_2} \qquad (3.2)$$

نص نظرية العناصر المتناسبة: يحمل عنصران متناسبان شحنتين كهربائيتين متساويتين و متعاكستين.

9/ سعات و معاملات التأثير: (Capacité et coefficients d'influence)

ليكن n ناقل متزن و Q_i الشحنة الكهربائية الإجمالية.(الشكل 8.2)

الحالة الولى: الناقل A_1 كمونه V_1 و النواقل المتبقية متصلة بلأرض (أي أن كموناتها معدومة).

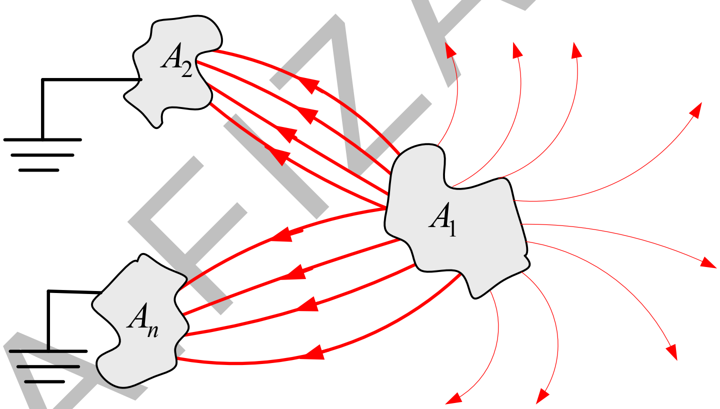
الناقل A_1 يحمل الشحنة: $q_{11} = C_{11}.V_1$

الناقل A_1 يؤثر على بقية النواقل $A_2, A_3 ....A_n$ فتشحن بالتأثير و تحمل الشحنات:

$$q_{21} = C_{21}.V_1$$
$$q_{31} = C_{31}.V_1$$
....
$$q_{j1} = C_{j1}.V_1$$
....
$$q_{n1} = C_{n1}.V_1$$

شحنة النواقل مجتمعة تساوي شحنة الناقل A_1 + شحنات بقية النواقل التي حصلت عليها بالتأثير:

$$Q_1 = C_{11}.V_1 + C_{21}.V_1 + C_{31}.V_1 ... + C_{j1}.V_1 + ... + C_{n1}.V_1$$



الشكل 8.2: تأثر عدة نواقل بشحنة الناقل A_1

الحالة الثانية: نفس التحليل الخاص بالناقل A_2 يقودنا إلى المعادلات:

$$q_{12} = C_{12}.V_2 \qquad q_{22} = C_{22}.V_2 \qquad q_{32} = C_{32}.V_2 \quad .... \quad q_{j2} = C_{j2}.V_2$$

$$Q_2 = C_{12}.V_2 + C_{22}.V_2 + C_{32}.V_2 ... + C_{j2}.V_2 + ... + C_{n2}.V_2$$

بتكرار هذه العملية على كل ناقل نتوصل إلى حساب شحنة أي ناقل كان i :

$$Q_i = C_{1i}.V_i + C_{2i}.V_i + C_{3i}.V_i ... + C_{ji}.V_i + ... + C_{ni}.V_i$$

يمكن كتابة هذه العلاقات على شكل مصفوفة:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1j} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & \dots & C_{2j} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & \dots & C_{nj} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix}$$

تعريف:

☜ المعاملات C_{ij} تسمى **بمعاملات التأثير**.

و **نقرأه:** معامل تأثير الناقل j على الناقل i.

☜ المعاملات C_{ii} تسمى **سعات التأثير** .

و **نقرأه** : سعة الناقل i بوجود نواقل أخرى. لا يجب خلطها بسعة مكثفة منفردة أو معزولة C.

خصائص سعات و معاملات التأثير:

✓ معاملات التأثير تكون دائما سالبة: $C_{ij} \prec 0$

✓ سعات التأثير تكون دائما موجبة: $C_{ii} \succ 0$

✓ $C_{ij} = C_{ji}$

✓ $C_{ii} \geq -\sum_{j \neq i} C_{ji}$ مثلا: $q_{11} = C_{11}V_1 \geq |q_{21}| + \dots\dots\dots\dots + |q_{n1}| = \sum_{j \neq i} |C_{ji}| V_1$

في الحالة الأخيرة هذا يعني أن الشحنة التي يحملها (A_1) هي أكبر (بالقيمة المطلقة) من مجموع الشحنات التي تحملها النواقل الأخرى مجتمعة تحت تأثير الناقل (A_1).سبب هذا هو أن أنابيب التدفق الصادرة من (A_1) لا تصل بالضرورة كلها إلى النواقل الأخرى.لا يمكن أن يتحقق هذا إلا في حالة التأثير الكلي حيث: $q_{11} = C_{ii}.V_i = \sum_{j \neq i} |C_{ji}|$.

✓ في حالة ناقلين في تأثير كلي نبرهن أن $C_{11} = -C_{21}$ و $C_{11} = -C_{12}$.

B/ المكثفات: (Les condensateurs)

1/ سعة و شحنة مكثفة: (Capacité et charge d'un condensateur)

❖ **تعريف:** المكثفة هي كل جملة ناقلين A_1 و A_2 في تأثير كهروساكن.

❖ **نوعا المكثفات:** (Les deux types de condensateurs)

- ذات لبوسين متقاربين

- ذات تأثير كلي

يفصل بين اللبوسين عازل يزيد في سعة المكثفة. في كل ما سيتبع نفترض وجود الفراغ بين اللبوسين.

سميت المكثفة بهذا الاسم لأنها تسمح بإبراز ظاهرة تكثيف الكهرباء ، أي تراكم الشحنات الكهربائية في منطقة صغيرة من الفضاء. كلما كانت السعة كبيرة كلما حصلنا على شحنات كهربائية كبيرة تحت توترات منخفضة.

❖ **ثوابت المكثفة:**(Constantes d'un condensateur)

- **سعة المكثفة:** سعة مكثفة هي معامل السعة C_{11} للبوس A_1 بوجود A_2 ، $C = C_{11}$.
- **شحنة المكثفة:** نعتبر أن شحنة المكثفة هي شحنة اللبوس الداخلي $Q = Q_{\text{int}}$.
- **العلاقة الأساسية للمكثفات:**(Relation fondamentale des condensateurs)

$$\left.\begin{array}{l} Q = C_{11}V_1 + C_{12}V_2 \\ C_{11} = -C_{12} = -C_{21} \end{array}\right| \Rightarrow Q = C\left[V_1 - V_2\right] \Rightarrow \boxed{Q = CU} \qquad (4.2)$$

اللبوس A_2 يحمل الشحنة الكلية:

$$\left.\begin{array}{l} Q_2 = Q_{2,ext} + Q_{2,\text{int}} \\ Q_{2,ext} = -Q_1 \end{array}\right| \Rightarrow Q_2 = Q_{2,ext} - Q_1$$

إذا كان A_2 موصل بالأرض فإن $Q_{2,ext} = 0$ و عليه:

$$Q_2 = -Q_1 \qquad (5.2)$$

في حالة التأثير الجزئي نحصل على نفس النتيجة. في مثل هذا النوع من المكثفات الشحنتان Q_1 و Q_2 تناسب الشحنتين الموزعتين على كامل سطح كل ناقل: $Q_2 = -Q_1$.

2/ سعات بعض أنواع المكثفات:

لإيجاد السعة C لمكثفة ، يجب حساب العلاقة بين شحنتها Q و التوتر $U = V_1 - V_2$ المطبق بين اللبوسين. لحساب U نستعمل عبارة تجوال الحقل الكهربائي:

$$U = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}.d\vec{l} = \frac{Q}{C}$$

ا/ المكثفة الكروية: (Condensateur sphérique)

تتكون المكثفة الكروية من كرتين لهما نفس المركز يفصل بينهما عازل. الشكل9.2.

نتناول المسألة بالإحداثيات الكروية و هي الأكثر ملائمة في هذه الحالة.

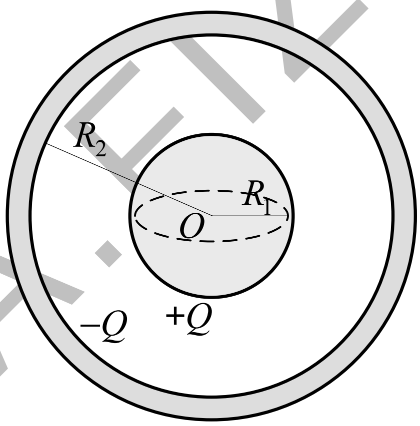
ننطلق من العبارة المعروفة لشعاع الحقل الكهربائي الناتج عن كرة: $\vec{E}(r) = K\frac{Q}{r^2}\vec{u_r}$

نحسب تجوّل الحقل لنحصل على فرق الكمون بين اللبوسين:

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.d\vec{r} = KQ\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

و في الأخير نتوصل إلى عبارة سعة المكثفة الكروية:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}} \qquad (6.2)$$



الشكل 9.2 : المكثفة الكروية

ب/ المكثفة الأسطوانية: (Condensateur cylindrique)

تتشكل المكثفة الاسطوانية من اسطوانتين ناقلتين لهما نفس المحور يفصل بينها عازل.
الشكل 10.2

نختار لهذه الحالة الإحداثيات الأسطوانية و نتبع نفس الخطوات السابقة: حسب نظرية غوص فإن $\vec{E}$ بين اللبوسين هو:

$$\vec{E}_{(\rho)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 . \rho}\overrightarrow{u_\rho}$$

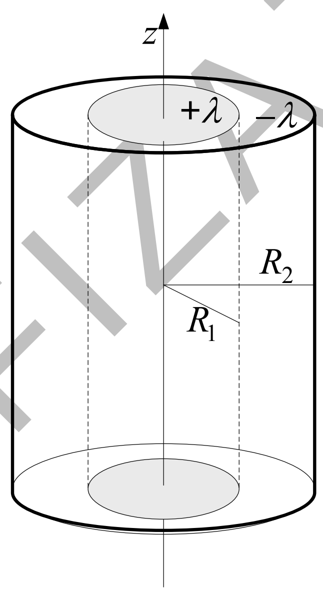
λ: الكثافة الطولية (أو الخطية)

و منه فإن فرق الكمون بين اللبوسين هو:

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.d\vec{\rho} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

علما أن $Q = \lambda h$ ، h هي ارتفاع الأسطوانتين ، فإن سعة المكثفة الأسطوانية المدروسة هي:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\lambda . h}{U} \Rightarrow \boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 . h}{\ln\left(R_2 / R_1\right)}} \qquad (7.2)$$



الشكل 10.2 : المكثفة الأسطوانية

ج/ المكثفة المستوية: (Condensateur plan)

تتشكل المكثفة المستوية من مستويين ناقلين يفصل بينهما عازل. الشكل11.2

في هذه الحالة نستعمل الإحداثيات الديكارتية. الحقل الكهروساكن بين اللبوسين هو تركيب الحقلين الناتجين عن المستويين اللانهائيين أي:

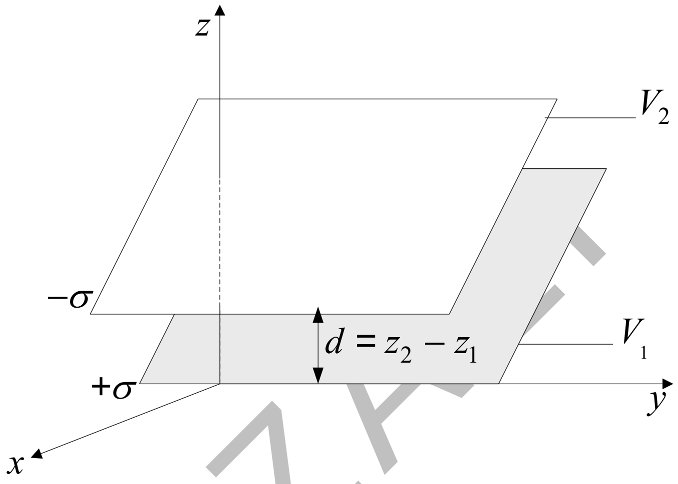
$$\vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k}+\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\vec{k}\right)\Rightarrow\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k}$$

$$U=V_1-V_2=\int_{z_1}^{z_2}E.dz=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(z_2-z_1\right)\Rightarrow U=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$$

σتمثل الكثافة السطحية: $\sigma=\frac{Q}{S}\Rightarrow Q=\sigma.S$

سعة المكثفة المستوية هي إذن:

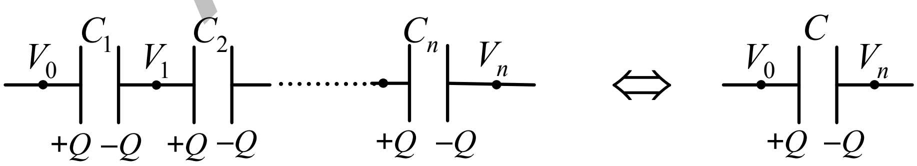
$$C=\frac{Q}{U}\Rightarrow\boxed{C=\varepsilon_0\frac{S}{d}}\qquad(8.2)$$



الشكل 11.2 : المكثفة المستوية

3/ جمع المكثفات (Groupement de condensateurs):

ا/ الربط على التسلسل (Groupement en série): الشكل12.2



الشكل 12.2 : ربط المكثفات على التسلسل

كل المكثفات تأخذ نفس الشحنة Q بسبب ظاهرة التأثير. التوتر بين طرفي كل المجموعة يساوي مجموع التوترات:

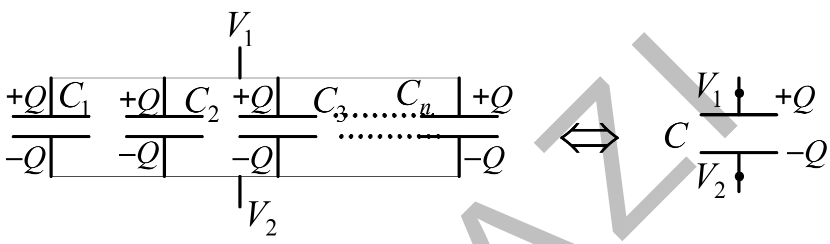
$$U=V_0-V_n=\left(V_0-V_1\right)+\left(V_1-V_2\right)+\left(V_2-V_3\right)+........\left(V_{n-1}-V_n\right)$$

$$U=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3}+.........\frac{Q}{C_n}$$

النتيجة: مقلوب السعة المكافئة يساوي مجموع مقالب السعات:

$$\boxed{\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}} \qquad (9.2)$$

ب/ الربط على التفرع:(Groupement en parallèle) الشكل13.2



الشكل 13.2: ربط المكثفات على التفرع

كل المكثفات تخضع لنفس التوتر U. تثبت التجربة أن الشحنة Q_i لكل مكثفة تتناسب طردا مع سعتها C_i. الشحنة الإجمالية تساوي مجموع الشحنات:

$$Q=Q_1+Q_2+.............Q_n$$

$$Q=C_1.U+C_2.U+.............C_n.U$$

$$Q=\left(C_1+C_2+.............C_n\right).U$$

$$C.U=\left(C_1+C_2+.............C_n\right).U$$

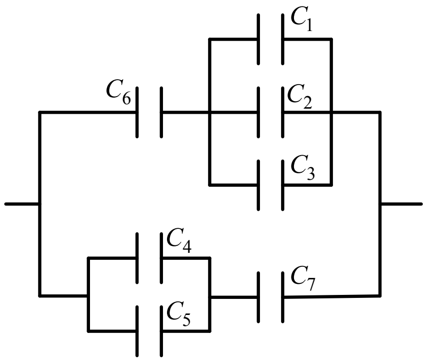
النتيجة: السعة المكافئة تساوي مجموع السعات:

$$\boxed{C=\sum_{i=1}^{n}C_i} \qquad (10.2)$$

مثال 1.2:

1/ عين سعة مجموع المكثفات الممثلة على الشكل 14.2.

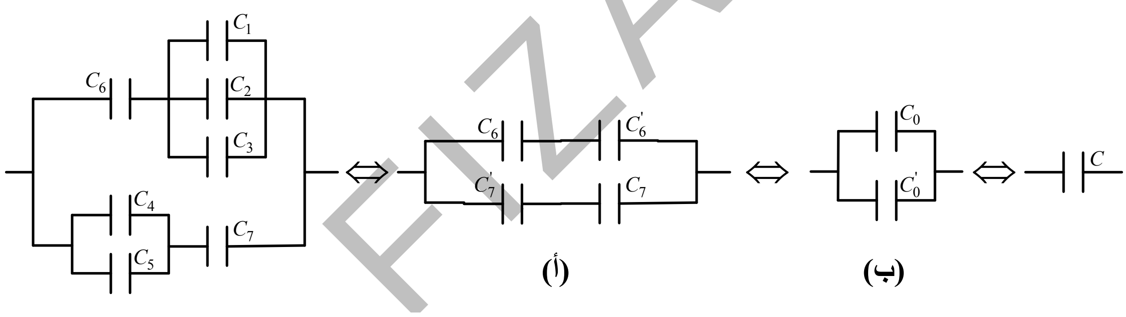
2/ إذا كان التوتر المطبق هو $120V$ ، أحسب الشحنة و فرق الكمون بين طرفي كل مكثفة و كذا الطاقة المخزنة من قبل كل المجموعة.



$C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 2\mu F$
$C_3 = 3\mu F$, $C_4 = 4\mu F$
$C_5 = 5\mu F$, $C_6 = 12\mu F$
$C_7 = 18\mu F$

الحل:

نستعين بالشكل 15.2



الشكل 15.2

1/ حساب سعة المكثفة المكافئة للتركيب:

من الشكل 15.2 –أ–

$$C_6' = C_1 + C_2 + C_3 \Rightarrow C_6' = 6\mu F$$
$$C_7' = C_4 + C_5 \Rightarrow C_7' = 9\mu F$$

من الشكل 15.2–ب–

$$\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_6'} \Rightarrow C_0 = 4\mu F$$
$$\frac{1}{C_0'} = \frac{1}{C_7} + \frac{1}{C_7'} \Rightarrow C_0' = 6\mu F$$

و في الأخير فإن السعة المكافئة تساوي:

$$C = C_0^{'} + C_0 \Rightarrow \boxed{C = 10\mu F}$$

2/ حساب الشحنة و فرق الكمون لكل مكثفة:

انطلاقا من الشكل 15.2 –ا–:

$$\left.\begin{array}{l} Q_6 = Q_6^{'} \Rightarrow 6U_6^{'} = 12U_6 \Rightarrow U_6^{'} = 2U_6 \\ U_6^{'} + U_6 = 120 \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{U_6 = 40V} \ , \ \boxed{U_6^{'} = 80V}$$

انطلاقا من الشكل 15.2 –ب–:

$$\left.\begin{array}{l} Q_7 = Q_7^{'} \Rightarrow 9U_7^{'} = 18U_7 \Rightarrow U_7^{'} = 2U_7 \\ U_7^{'} + U_7 = 120 \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{U_7 = 40V} \ , \ \boxed{U_7^{'} = 80V}$$

نستنتج من هذا:

$$\boxed{U_1 = U_2 = U_3 = 80V} \ , \ \boxed{U_4 = U_5 = 40V}$$

يسهل الآن حساب شحنة كل مكثفة بتطبيق القانون $Q = CU$

$$Q_6 = C_6 U_6 \Rightarrow Q_6 = 480\mu C$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_1 = C_1 U_1 \Rightarrow Q_1 = 80\mu C \\ Q_2 = C_2 U_2 \Rightarrow Q_2 = 160\mu C \\ Q_3 = C_3 U_3 \Rightarrow Q_3 = 240\mu C \end{array}\right| = Q_6 = Q_6^{'} \quad ; \quad \left.\begin{array}{l} Q_4 = C_4 U_4 \Rightarrow Q_4 = 320\mu C \\ Q_5 = C_5 U_5 \Rightarrow Q_5 = 400\mu C \end{array}\right| = Q_7 = Q_7^{'}$$

$$Q_7 = C_7 U_7 \Rightarrow Q_7 = 720\mu C$$

طاقة كل المجموعة:

$$W = \frac{1}{2} CU^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = 0,72J}$$

4/ طاقة مكثفة مشحونة: (énergie d'un condensateur chargé)

بينت الدراسة النظرية و أثبتت التجارب أن الطاقة التي تختزنها مكثفة مشحونة تتناسب طردا مع مربع التوتر المطبق بين لبوسيها. عبارتها هي:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C.U^2} \qquad (11.2)$$

كما يمكن استنتاج العبارة التالية بتعويض $Q = C.U$:

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (12.2)$$

5/ طاقة الحقل الكهربائي: (énergie du champ électrique)

شحن ناقل كهربائي يفرض صرف طاقة، لأن جلب شحنة إضافية إلى الناقل يتطلب بذل عمل للتغلب على قوة التنافر الناتجة عن الشحنات الموجودة على الناقل مسبقا. هذا العمل ينتج زيادة في طاقة الناقل.

ليكن ناقلا سعته C يحمل شحنة q و كمونه $V=\dfrac{q}{C}$.

إذا أضفنا شحنة عنصرية dq للناقل، و ذلك بجلبها من لانهاية، فإن العمل المنجز هو:

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$$

الزيادة الإجمالية في طاقة الناقل حين تمرّ الشحنة من الصفر إلى القيمة Q يساوي:

$$W_E = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq \Rightarrow \boxed{W_E = \frac{Q^2}{2C}}$$

و هذا ما يتطابق مع المعادلة (11.2).

في حالة ناقل كروي مثلا، حيث $C = 4\pi\varepsilon_0 R$، فإن طاقة الحقل الكهربائي هي:

$$W_E = \frac{1}{2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\right)$$

6/ كثافة الطاقة الكهربائية: (densité de l'énergie électrique)

<u>نعتبر على سبيل المثال مكثفة مستوية:</u>

سعتها: $C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$

الطاقة التي تخزنها هي: $W_E = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

إذا قسمنا هذه الطاقة على حجم المكثفة نحصل على ما نسميه كثافة الطاقة الكهربائية :

$$w = \frac{W_E}{v} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S U^2}{dSd} \Rightarrow w = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 U^2}{d^2} \rightarrow (1)$$

نعرف أن شدة الحقل الكهربائي بين اللبوسين هي: $E = \dfrac{U}{d}$

بعد التعويض تصبح المعادلة (1):

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2} \qquad (13.2)$$

تمثل w **كثافة الطاقة الكهربائية في الفراغ**. و وحدتها الجول على المتر مكعب: Jm^{-3}.

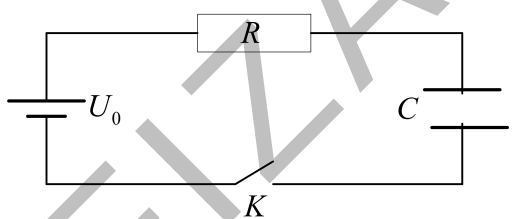
بوجود عازل، غير الفراغ، نعوض ε_0بـــ $\varepsilon_0.\varepsilon$ حيث $\varepsilon=\varepsilon_0.\varepsilon$ تمثل النفاذية النسبية للعازل بينما ε ترمز إلى النفاذية المطلقة للعازل. و عليه يمكن كتابة كثافة الطاقة على الشكل:

$$\boxed{w=\frac{\varepsilon}{2}E^2} \qquad (14.2)$$

7/ شحن و تفريغ مكثفة عبر مقاومة: (charge et décharge d'un condensateur à travers une résistance)

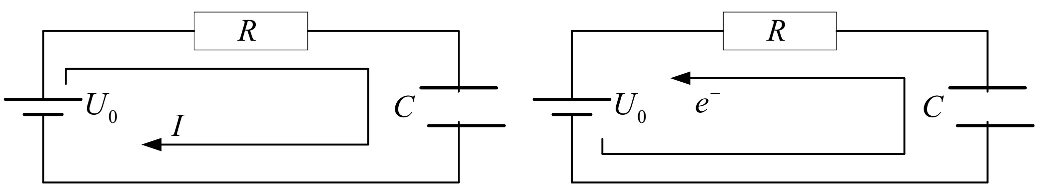
❖ شحن مكثفة:

ليكن التركيب المبين على الشكل (14.2) المتكون من مقاومة R مربوطة على التسلسل مع مكثفة سعتها C. نغذي الجملة بواسطة منبع للتوتر المستمر U_0.



الشكل 14.2: تركيب لدراسة شحن مكثفة

في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K، المكثفة فارغة من الشحن. لتكن $i(t)$ شدة التيار الكهربائي الجاري في الدارة في اللحظة t. الإلكترونات تنتقل في الجهة المعاكسة للتيار. تغادر هذه الإلكترونات اللبوس العلوي، حسب الشكل (15.2)، لتنتقل إلى اللبوس السفلي الذي يشحن سلبا. لتكن $q(t)$ و $u(t)$ على التوالي شحنة اللبوس العلوي و الكمون الكهربائي بين طرفي المكثفة(المقادير i ، q و u موجبة اصطلاحا). الشكل (15.2)



الشكل 15.2: شحن المكثفة

قانون أوم يسمح لنا بكتابة: $U_0=Ri+U$

علما أن $q=CU$ و $i=\dfrac{dq}{dt}$ (التي تمثل زيادة الشحنة خلال زمن dt).

نحصل على المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى:

$$U_0=R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}\Rightarrow U_0C=RC\frac{dq}{dt}+q$$

أو:

$$U_0C-q=RC\frac{dq}{dt}\Rightarrow\frac{dq}{U_0C-q}=\frac{dt}{RC}$$

نكامل طرفي المعادلة فنحصل على:

$$\ln\left(U_0C-q\right)=-\frac{t}{RC}+A$$

ثابت التكامل A يحدد حسب الشروط الابتدائية: في اللحظة $t=0$ كانت الشحنة $q=0$ و بالتالي: $A=\ln U_0C$

و منه:

$$\ln\left(U_0C-q\right)-\ln U_0C=-\frac{t}{RC}\Rightarrow\ln\frac{U_0C-q}{U_0C}=-\frac{t}{RC}\Rightarrow\frac{U_0C-q}{U_0C}=e^{-\frac{t}{RC}}$$

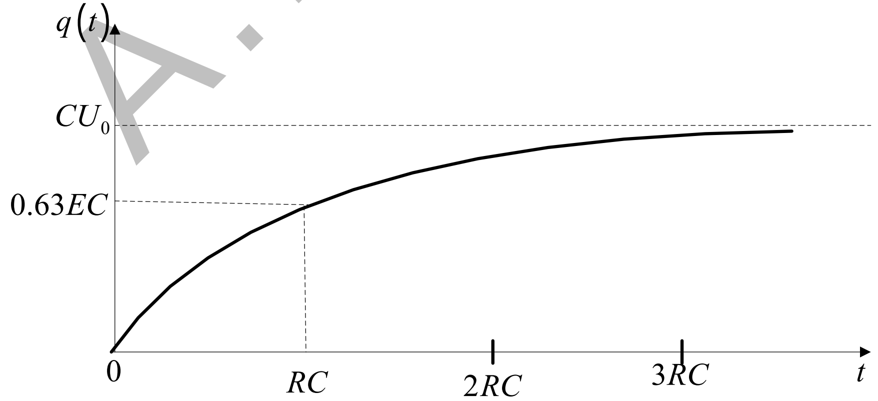
و في الأخير:

$$\boxed{q\left(t\right)=U_0C\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)}\qquad(15.2)$$

<u>**تعريف**</u>: **ثابت الزمن** (constante de temps) هو المقدار الثابت:

$$\boxed{\tau=RC}\qquad(16.2)$$

يمثل الشكل (16.2) تغيرات الشحنة بدلالة الزمن خلال عملية الشحن.

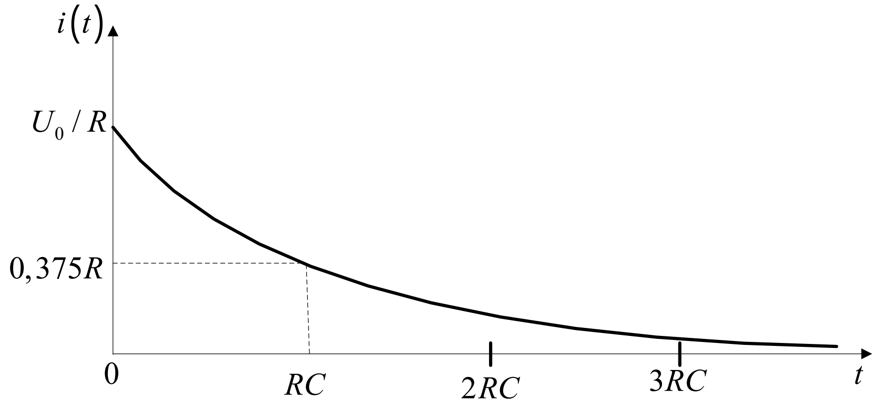


الشكل 16.2 : تغيرات الشحنة خلال شحن المكثفة

نستنتج شدة التيار في كل لحظة $i\left(t\right)=\dfrac{dq}{dt}$:

$$\boxed{i(t)=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (17.2)$$

يمثل الشكل (17.2) تغيرات شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن خلال عملية الشحن.



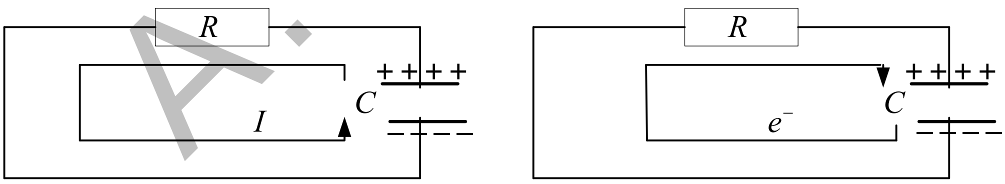
الشكل 17.2: تغيرات شدة التيار خلال شحن المكثفة

❖ **<u>تفريغ مكثفة:</u>**

❖ بعد بلوغ المكثفة شحنتها القصوى $q_0=CU_0$، نستبدل الآن (في $t=0$) منبع التوتر بدارة قصيرة كما هو مبين في الشكل (18.2).

غير التيار الكهرباء الآن اتجاهه: تغادر الإلكترونات اللبوس السفلي لتلتحق باللبوس العلوي. تتناقص الشحنة $q(t)$ بمرور الزمن.

باعتبار دائما المقادير i ، q و U موجبة اصطلاحا، نكتب قانون أوم: $Ri=U$ ، مع $q=CU$ و $i=\frac{dq}{dt}$.



الشكل 18.2: شحن المكثفة

بما أن q تتناقص فإن $\frac{dq}{dt}\prec 0$. و عليه:

$$-R\frac{dq}{dt}=\frac{q}{C}\Rightarrow R\frac{dq}{q}=-\frac{dt}{C}$$

$$\ln q=-\frac{t}{RC}+B$$

الثابت B تحدده الشروط الابتدائية: $t=0\ ,\ q=q_0=\mathrm{CU}_0\ :\ B=\ln q_0\Rightarrow B=\ln CU_0$

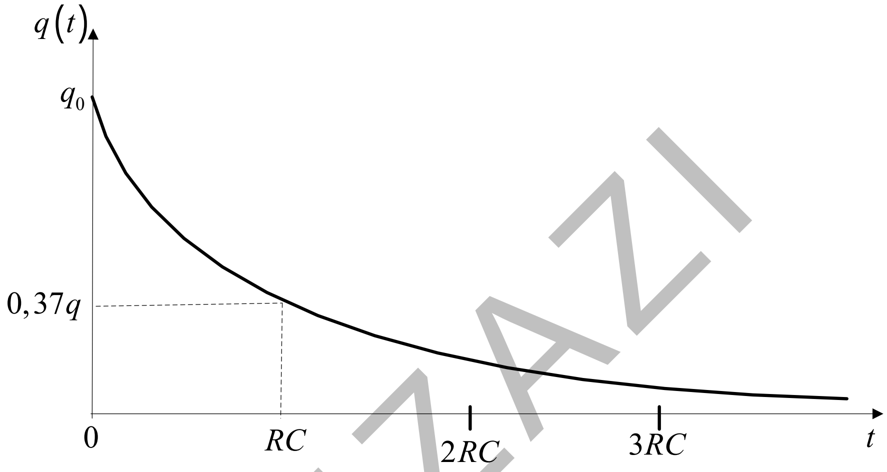
و عليه: $\ln q = -\dfrac{t}{RC} + \ln CU_0 \Rightarrow \ln\dfrac{q}{CU_0} = -\dfrac{t}{RC}$

و عليه فإن عبارتي الشحنة و شدة التيار اللحظيين هما على التوالي:

$$\boxed{q = CU_0 e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (18.2)$$

$$i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{i = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}} \qquad (19.2)$$

يمثل الشكل (19.2) تغيرت الشحنة خلال عملية التفريغ.



الشكل 19.2: تغيرات الشحنة خلال تفريغ المكثفة

بهذا نكون قد انتهينا من الإلمام بأهم خصائص النواقل المتزنة، التي تنهي دراسة "**الكهرباء الساكنة**". في الفصل الموالي ننتقل إلى دراسة الشحنات و هي في حالة حركة، و هذا ما سندرسه تحت العنوان الكبير "**الكهرباء المتحركة**".

LEXIQUE معجم المصطلحات
I/ عربي-فرنسي*Arabe-Français

Français	عربية
	ا
Coordonnée	إحداثية
Cylindre	أسطوانة
Cylindrique	أسطواني
Electrostatique	الكهرباء الساكنة ، كهروساكن
Tube	أنبوب
	ت
Influence	تأثير
Divergence	تباعد
Attraction	تجاذب
Circulation	تجوال ، تجوّل
Gradient	تدرج
Flux	تدفق
Superposition	تراكب
Série	تسلسل
Différentielle	تفاضل
Intégrale	تكامل
Quantification	تكميم
Electrisation	تكهرب
Répulsion	تنافر
Tension, d.d.p	توتر ، فرق في الكمون
Equilibre	توازن
Répartition	توزيع
	ث
Constante	ثابت
Dipôle	ثنائي قطب
	ج
Algébrique	جبري
Partiel	جزئي
Molécule	جزيء
Particule	جسيمة
Groupement,association	جمع ، ضم ، ربط
	ح
Champ	حقل
	خ
Propriétés	خصائص

Ligne	خط
Linéique	خطي ، طولي
	ذ
Propre	ذاتية
Atome	ذرة
	ر
Pointe	رأس حاد
Ordre de grandeur	رتبة
	ز
angle	زاوية
	س
Stéradian	ستيراديان
Surface	سطح ، مساحة
Surfacique	سطحي
Négatif	سلبي
Fil	سلك ، خيط
Scalaire	سلمي
Permittivité	سماحية ، نفاذية
	ش
Ion	شاردة ، أيون
Charge	شحنة
Forme	شكل
	ص
Plaque	صفيحة
Solide	صلب
Pression	ضغط
Groupement,association	ضم أو جمع أو ربط
	ط
Energie	طاقة
Longueur	طول
Linéïque	طولي ، خطي
Spectre	طيف
	ع
Isolant	عازل
Moment	عزم
Elément	عنصر
Elémentaire	عنصري
	ف
Farad	فاراد
d.d.p , tension	فرق الكمون أو الجهد، توتر
Espace	فضاء ، فراغ
	ق

Pouvoir	قدرة
Disque	قرص
Barreau	قضيب
Polaire	قطبي
Force électromotrice	قوة محركة كهربائية
ك	
Cartésien	كارتيزي
Masse	كتلة
Densité	كثافة
Sphère	كرة
Sphérique	كروي
Total	كلي
Quanta	كم
Potentiel	كمون
Quantitatif	كمي
Electricité	كهرباء
Quark	كوارك
Qualitatif	كيفي
ل	
Laplacien	لابلاسيان
Infini	لامتناهي
م	
Opérateur	مؤثر
Principe	مبدأ
Equipotentiel	متساوي الكمون
Discontinu	متقطع
Correspondant	متناسبة
Conservatif	محافظ
Distance	مسافة ، بعد
Continu	مستمر
Dérivé	مشتق
Absolu	مطلق
Equation	معادلة
Coefficient	معامل
Nul	معدوم
Fermé	مغلق
Notion	مفهوم
Grandeur	مقدار
condensateur	مكثفة
Uniforme	منتظم
Courbe	منحنى
Parallèle	موازي ، توازي

Positif	**موجب**
	ن
Conducteur	**ناقل**
Conductivité	**ناقلية**
Théorème	**نظرية**
Ponctuel	**نقطي**
Nucléon	**نكليون**
noyau	**نواة**

LEXIQUE معجم المصطلحات
Français-Arabe * فرنسي-عربي /II

Français	عربية
A	
absolu	مطلق
Algébrique	جبري
Angle	زاوية
Association	ضم أو جمع أو ربط
Atome	ذرة
Attraction	تجاذب
B	
Barreau	قضيب
C	
Capacité	سعة
Cartésien	كارتيزي
Champ	حقل
Charge	شحنة
Circulation	تجوال ، تجوّل
Coefficient	معامل
Conducteur	ناقل
Conductivité	ناقلية
Conservatif	محافظ
Constant	ثابت
Continu	مستمر
Coordonnée	إحداثية
correspondant	متناسبة
Courbe	منحنى
Cylindre	أسطوانة
Cylindrique	أسطواني
D	
d.d.p ou tension	فرق الكمون أو الجهد ، توتر
Densité	كثافة
Dérivé	مشتق
Différentiel	تفاضل
Dipôle	ثنائي قطب
Discontinu	متقطع
Disque	قرص
Distance	مسافة ، بعد
Divergence	تباعد

E	
Electricité	كهرباء
Electrisation	تكهرب
Electrostatique	الكهرباء الساكنة ، كهروساكن
Elément	عنصر
Elémentaire	عنصري
Energie	طاقة
Equation	معادلة
Equilibre	توازن
Equipotentiel	متساوي الكمون
Espace	فضاء ، فراغ
F	
Farad	فاراد
Fermé	مغلق
Fil	سلك ، خيط
Flux	تدفق
Force électromotrice	قوة محركة كهربائية
Forme	شكل
G	
Gradient	تدرج
Grandeur	مقدار
Groupement	جمع ، ضم ، ربط
I	
Infini	لامتناهي
Influence	تأثير
Intégrale	تكامل
Ion	شاردة ، أيون
Isolant	عازل
L	
Laplacien	لابلاسيان
Ligne	خط
Linéique	خطي ، طولي
longueur	طول
M	
Masse	كتلة
Molécule	جزيء
Moment	عزم
N	
Négatif	سلبي
Notion	مفهوم
Noyau	نواة
Nucléon	نكليون

Nul	معدوم
O	
Opérateur	مؤثر
Ordre de grandeur	رتبة
P	
parallèle	موازي ، توازي
Particule	جسيمة
Partiel	جزئي
Permittivité	سماحية ، نفاذية
Plaque	صفيحة
Pointe	رأس حاد
Polaire	قطبي
Ponctuel	نقطي
Positif	موجب
Potentiel	كمون
Pouvoir	قدرة
Pression	ضغط
Principe	مبدأ
Propre	ذاتية
Propriété	خصائص
Q	
Qualitatif	كيفي
Quanta	كم
Quantification	تكميم
Quantitatif	كمي
Quark	كوارك
R	
Répartition	توزيع
Répulsion	تنافر
S	
Scalaire	سلمي
Série	تسلسل
Solide	صلب
Spectre	طيف
Sphère	كرة
Sphérique	كروي
Stéradian	ستيراديان
Superposition	تراكب
Surface	سطح ، مساحة
Surfacique,superficiel	سطحي
T	
Tension, d.d.p	توتر ، فرق في الكمون

Théorème	**نظرية**
Total	**كلي**
Tube	**أنبوب**
U	
Uniforme	**منتظم**
V	
Vecteur	**شعاع**
Vectoriel	**شعاعي**
Vide	**فراغ**
Volume	**حجم**
Volumique	**حجمي**

Alphabet grec الأبجدية الإغريقية

النطق **Prononciation**	حروف مطبعية **Majuscule**	حروف صغيرة **miniscule**
Alpha	Α	α
Bêta	Β	β
gamma	Γ	γ
delta	Δ	δ
epsilon	Ε	ε
dzêta	Ζ	ζ
éta	Η	η
thêta	Θ	θ
iota	Ι	ι
kappa	Κ	κ
lambda	Λ	λ
mu	Μ	μ
nu	Ν	ν
xi	Ξ	ξ
oméga	Ω	ω
omicron	Ο	ο
pi	Π	π
rhô	Ρ	ρ
sigma	Σ	σ
tau	Τ	τ
upsilon	Υ	υ
phi	Φ	φ
Khi خي	Χ	χ
psi	Ψ	ψ

محتويات الجزء الثاني: الكهرباء المتحركة و الكهرومغناطيسية

CENTRE UNIVERSITAIRE DE BECHAR

INSTITUT DES SCIENCES EXACTES

DEPARTEMENT TRONC COMMUN
Licence, Master, Doctorat
Science de la matière et sciences technologiques
(LMD/SM_ST)

COURS

LMD / PHYSIQUE-2

ELECTRICITE-MAGNETISME

Première partie :
Electrostatique, conducteurs en équilibre

Première édition

Ahmed FIZAZI
Chargé de cours

ANNEE UNIVERSITAIRE 2008-2009