

السلسلة رقم 3 تحضير لبيكالوريا 2011

(إعداد الأستاذ بواب نور الدين)

التمرين الأول : (Bac Météropole Juin 2010 STL)

- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- 1 حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $(E) : z^2 - 4z + 16 = 0$.
 - 2 نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحتقاهما $z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$ و $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$.
- عيّن الطويلة وعمدة لكل من العددين المركبين z_A و z_B .
 - 3 لتكن C النقطة ذات اللاحقة $z_C = -2\sqrt{3} - 2i$
أ- بيّن أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (c) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
ب- أنشئ الدائرة (c) والنقط A ، B و C .
 - 4 لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 4i$.
- بيّن أن النقطة C هي صورة النقطة D بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.
 - 5 بيّن أن النقطة E صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{OB} تنتمي إلى الدائرة (c) .
- علم النقطة E .

التمرين الثاني : (Bac Amérique du Nord Juin 2010 S)

- في الفضاء المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :
- 1 أ- بيّن أن النقط $A(1; -2; 4)$ ، $B(2; -6; 5)$ و $C(-4; 0; -3)$.
أ- بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
ب- بيّن أن الشعاع $\vec{n}(1; -1; -1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
ج- عيّن معادلة للمستوي (ABC) .
 - 2 أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم الذي يمرّ بالنقطة O وعمودي على المستوي (ABC) .
ب- عيّن إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .
 - 3 نسمي H المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC) .
ليكن t العدد الحقيقي الذي يحقق $\vec{BH} = t \vec{BC}$.
أ- بيّن أن : $t = \frac{\vec{BO} \cdot \vec{BC}}{\|\vec{BC}\|^2}$.
ب- استنتج قيمة t وإحداثيات النقطة H .

التمرين الثالث :

- يحتوي صندوق على 5 كرات بيضاء و 2 كرات سوداء و 3 كرات حمراء (لا نميّز بينها عند اللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من هذا الصندوق .
- 1 نعتبر الحادثتين التاليتين :
A : « الحصول على كرة حمراء واحدة فقط »
B : « الحصول على كرة بيضاء على الأقل »
- بيّن أن : $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{41}{42}$.
 - 2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحبة لأربع كرات بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدّد القيم التي يأخذها المتغيّر العشوائي X .

ب- عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .

التمرين الرابع : (Bac Polynésie Juin 2010 S)

الجزء الأول :

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln(2x) + 1 - x$

1 أ- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $[1; +\infty[$ حلا وحيدا α .

ب- أثبت أن : $1 + \ln(2\alpha) = 1$.

2 لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ :

$u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \ln(2u_n) + 1$.

نسُمي (Γ) المنحني الذي معادلته $y = \ln(2x) + 1$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ- باستعمال المنحني (Γ) ، مثل على محور الفواصل الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 .

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$.

ج- أثبت أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو العدد α .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x-1)e^{1-x}$.

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 من أجل كل عدد حقيقي x أكبر من أو يساوي 1 ، نضع :

$$F(x) = \int_1^x f(t) dt = \int_1^x (t-1)e^{1-t} dt$$

أ- بيّن أن الدالة F متزايدة على المجال $[1; +\infty[$.

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة ، أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[1; +\infty[$ ،

$$F(x) = -x e^{1-x} + 1$$

ج- بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x من $[1; +\infty[$ ،

$$\text{المعادلة } F(x) = \frac{1}{2} \text{ تكافئ المعادلة } \ln(2x) + 1 = x$$

2 a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 1 . نسُمي D_a جزء المستوى المحدد بالمنحني (C_f) ،

محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = a$ و $x = 1$.

عيّن العدد a بحيث يكون $D_a = \frac{1}{2}$.