

مراجعة عامة في الرياضيات تحضيراً لباكالوريا 2011 « السلسلة 7 »
إعداد الأستاذ : بواب نورالدين

تمرين 1 : (بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

- 1 حل ، في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة $z^2 - 6z + 34 = 0$.
- 2 في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقتها على الترتيب : $a = 3 + 5i$ ، $b = 3 - 5i$ و $c = 7 + 3i$.
ليكن z لاحقة النقطة M من المستوي و z' لاحقة النقطة M' صورة M بالانسحاب T الذي شعاعه \vec{u} ذو اللاحقة $4 - 2i$.
أ- بيّن أن : $z' = z + 4 - 2i$ ثم تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة A بالانسحاب T .
ب- بيّن أن : $\frac{b-c}{a-c} = 2i$.
ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC = 2AC$.

تمرين 2 : (بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :
- 1 أ- عيّن إحداثيات كل من الشعاعين \vec{AB} و \vec{AC} .
ب- استنتج أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .
ج- احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.
- 2 لتكن H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) . بيّن أن $OH = \frac{4}{3}$.
- 3 لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة O وتمرّ بالنقطة A .
أ- بيّن أن تقاطع (S) مع المستوي (ABC) هو دائرة (c) مركزها النقطة H .
ب- احسب نصف قطر الدائرة (c) .

تمرين 3 : (بكالوريا المغرب 2008 . الشعبة : علوم تجريبية)

- يحتوي كيس على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
- 1 نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس .
أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .
ب- بيّن أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\frac{16}{21}$.
- 2 نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس .
- احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

تمرين 4 : (Bac Antilles Guyane sept 2008 S)

- لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$.
نسمي (c) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(وحدة الطول 2 cm) .

- (1) أ- احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.
 ب- بيّن أن المستقيم (D_1) الذي معادلته $y = x + 2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (c) عند $-\infty$.
 ج- ادرس الوضعية النسبية للمنحني (c) بالنسبة للمستقيم (D_1) .
- (2) أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$.
 ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} وشكل جدول تغيّراتها .
- (3) أ- ما ذا يمكن القول عن المماس (D_2) للمنحني (c) في النقطة I ذات الفاصلة $\ln 3$ ؟
 ب- باستعمال تغيّرات الدالة f ، ادرس وضعية المنحني (c) بالنسبة إلى (D_2) .
- (4) أ- بيّن أن معادلة المماس (D_3) للمنحني (c) في النقطة ذات الفاصلة 0 هي : $y = \frac{1}{4}x + 1$.
 ب- ادرس ، على المجال $]-\infty; \ln 3]$ ، وضعية المنحني (c) بالنسبة للمماس (D_3) .
 (يمكن استعمال المشتقة الثانية f'' للدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f''(x) = \frac{12e^x(e^x - 3)}{(e^x + 3)^2}$)
- (5) نقبل أن النقطة I هي مركز تناظر للمنحني (c) .
 - ارسم (D_1) ، (D_2) ، (D_3) و (c) .
- (6) أ- عيّن دالة أصلية للدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 3}$.
 ب- ليكن λ عددا حقيقيا سالبا تماما . $A(\lambda)$ بوحدة المساحة هي مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني (c) ، المستقيم (D_1) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = \lambda$ و $x = 0$.
 - أثبت أن : $A(\lambda) = 4 \ln 4 - 4 \ln(e^\lambda + 3)$.
 ج- احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$.

تمرين 5 : (بكالوريا تونس 2008 . الشعبة : رياضيات)

- 1) نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة $(E) : 3x - 8y = 5$.
 - برهن أن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x; y)$ حيث : $x = 8k - 1$ و $y = 3k - 1$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
- 2) أ- ليكن n ، x و y ثلاثة أعداد طبيعية حيث :
$$\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$$

 - أثبت أن $(x; y)$ حل للمعادلة (E) .
 ب- نعتبر الجملة $(S) : \begin{cases} n \equiv 2 [3] \\ n \equiv 7 [8] \end{cases} (n \in \mathbb{N})$
 - أثبت أن n حل للجملة (S) إذا وفقط إذا كان : $n \equiv 23 [24]$.
- 3) أ- ليكن k عددا طبيعيا . عيّن باقي قسمة 2^{2k} على 3 وباقي قسمة 7^{2k} على 8 .
 ب- تحقق أن 1991 حل للجملة (S) وبيّن أن العدد $1 - (1991)^{2008}$ يقبل القسمة على 24 .