

السلسلة رقم 1 مدعمة بالتصحيح تحضيراً لباكوريا 2011
(إعداد الأستاذ بواب نور الدين)

التمرين الأول : (باكوريا المغرب 2010 علوم تجريبية)

- ① حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 10 = 0$.
- ② في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$.
وليكن r الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
- بيّن أن الكتابة المركبة للدوران r هي : $z' = iz + 2 - 4i$.
- ③ C النقطة التي لاحقتها $z_C = 7 - 3i$ و D صورتها بالدوران r .
- تحقق أن لاحقة النقطة D هي : $z_D = 5 + 3i$.
- ④ بيّن أن : $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{1}{2}i$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD .

التمرين الثاني : (Bac Pondichéry Avril 2010)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

- ① المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ يوازي المستوي الذي معادلة له : $x + 2y + z - 3 = 0$.
- ② المستويات (P) ، (P') و (P'') التي معادلاتها على الترتيب :
 $4x - y + 4z = 12$ و $2x + 3y - 2z = 6$ ، $x - 2y + z = 3$
ليس لها أي نقطة مشتركة .
- ③ المستقيمان اللذان تمثيلا هما الوسيطيان :
 $\begin{cases} x = 2t' + 7 \\ y = 2t' + 2 \\ z = -t' - 6 \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$ و $\begin{cases} x = -3t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = 2t - 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ هما مستقيمان متقاطعان .
- ④ نعتبر النقط : $A(-1; 0; 2)$ ، $B(1; 4; 0)$ و $C(3; -4; -2)$.

- معادلة للمستوي (ABC) هي : $x + z = 1$.
- 5 نعتبر النقط : $A(-1;1;3)$ ، $B(2;1;0)$ و $C(4;-1;5)$.
يمكن اعتبار النقطة C كمرجح للنقطتين A و B .

التمرين الثالث : (Bac Centres Etrangers Juin 2010 S)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 6 - \frac{5}{x+1}$

- 1 أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[0; +\infty[$.
ب- حل في المجال $[0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$ ، نرمز إلى الحل بالرمز α .
ج- بيّن أنه إذا كان $x \in [0; \alpha]$ فإن $f(x) \in [0; \alpha]$.
بيّن أيضا أنه إذا كان $x \in [\alpha; +\infty[$ فإن $f(x) \in [\alpha; +\infty[$.
- 2 (u_n) متتالية عددية معرفة بـ :

$$u_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = f(u_n) = 6 - \frac{5}{u_n + 1}$$

- أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ والمنحني (C) الممثل للدالة f .
- باستعمال الرسم السابق ، مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4 .
ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .
- 3 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.
ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

التمرين الرابع : (علوم تجريبية 2010)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي :

$$f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1} \text{ ، نرمز بـ } (C_f) \text{ لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب}$$

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة .

- ② ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .
- ③ أ- بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + 1$.
 ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .
- ④ أثبت أن النقطة $\omega(0 ; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .
- ⑤ أ- بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.
 ب- هل توجد مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟
 ج- ارسم (Δ) و (Δ') ثم المنحني (C_f) .
 د- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$(m-1)e^{-x} = m$$

تصحيح السلسلة رقم 1

التمرين الأول :

1 حل المعادلة $z^2 - 6z + 10 = 0$:

تذكير : إذا كان $\Delta < 0$ فإن المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما :

$$z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

• مميز هذه المعادلة هو : $\Delta = -4 = 4i^2 = (2i)^2$

• المعادلة تقبل حلين مركبين مترافقين هما : $z_1 = 3 - i$ و $z_2 = 3 + i$.

2 تبيان أن الكتابة المركبة للدوران r هي $z' = iz + 2 - 4i$:

تذكير : الكتابة المركبة للدوران الذي مركزه $M_0(z_0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل

نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ هي : $z' - z_0 = e^{i\theta}(z - z_0)$

وعليه فإن : $z' - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A)$ ونعلم أن : $z_A = 3 - i$ و $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

وبالتعويض نجد : $z' - 3 + i = i(z - 3 + i)$ **ومنه :** $z' = iz + 2 - 4i$.

3 التحقق أن لاحقة النقطة D هي $z_D = 5 + 3i$:

لدينا : $r(C) = D$ ومنه : $z_D = iz_C + 2 - 4i = i(7 - 3i) + 2 - 4i = 5 + 3i$

4 تبيان أن $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{1}{2}i$:

$$\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} = \frac{5 + 3i - 3 - i}{7 - 3i - 3 - i} = \frac{2 + 2i}{4 - 4i} \times \frac{4 + 4i}{4 + 4i} = \frac{8 + 8i + 8i - 8}{32} = \frac{1}{2}i$$

• استنتاج طبيعة المثلث BCD :

لدينا : $\left| \frac{1}{2}i \right| = \frac{1}{2}$ و $\arg\left(\frac{1}{2}i\right) = \frac{\pi}{2}$

وبالتالي : $\left| \frac{z_D - z_B}{z_C - z_B} \right| = \frac{1}{2}$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$.

وهذا يعني أن : $BC = 2BD$ و $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

نستنتج أن المثلث BCD قائم في النقطة B .

التمرين الثاني :

1 أ- دراسة اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[0; +\infty[$:

$$\text{من أجل كل } x \text{ من المجال } [0; +\infty[, f'(x) = \frac{5}{(x+1)^2} > 0 ,$$

وعليه فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

ب- حل في المجال $[0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$:

$$f(x) = x \text{ يكافئ } 6 - \frac{5}{x+1} = x \text{ ومنه : } x^2 - 5x - 1 = 0$$

مميّز هذه المعادلة هو $\Delta = 29$ وبالتالي فإن المعادلة تقبل حلين متميزين هما :

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \text{ و } x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} , \text{ لكن } x \in [0; +\infty[\text{ وعليه فإن الحل}$$

$$\text{الوحيد للمعادلة } f(x) = x \text{ هو } \alpha = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} .$$

ج- تبين أنه إذا كان $x \in [0; \alpha]$ فإن $f(x) \in [0; \alpha]$:

إذا كان $x \in [0; \alpha]$ فإن $f(x) \in [f(0); f(\alpha)]$ لأن الدالة f متزايدة تماما

$$\text{على المجال } [0; +\infty[. \text{ ونعلم أن : } f(0) = 6 - \frac{5}{0+1} = 1 \text{ و } f(\alpha) = \alpha$$

وبالتالي : $f(x) \in [1; \alpha]$ ، لكن : $[1; \alpha] \subset [0; \alpha]$ وعليه : $f(x) \in [0; \alpha]$

إن : إذا كان $x \in [0; \alpha]$ فإن $f(x) \in [0; \alpha]$.

• تبين أنه إذا كان $x \in [\alpha; +\infty[$ فإن $f(x) \in [\alpha; +\infty[$:

إذا كان $x \in [\alpha; +\infty[$ أي : $x \geq \alpha$ فإن $f(x) \geq f(\alpha)$ لأن الدالة f متزايدة

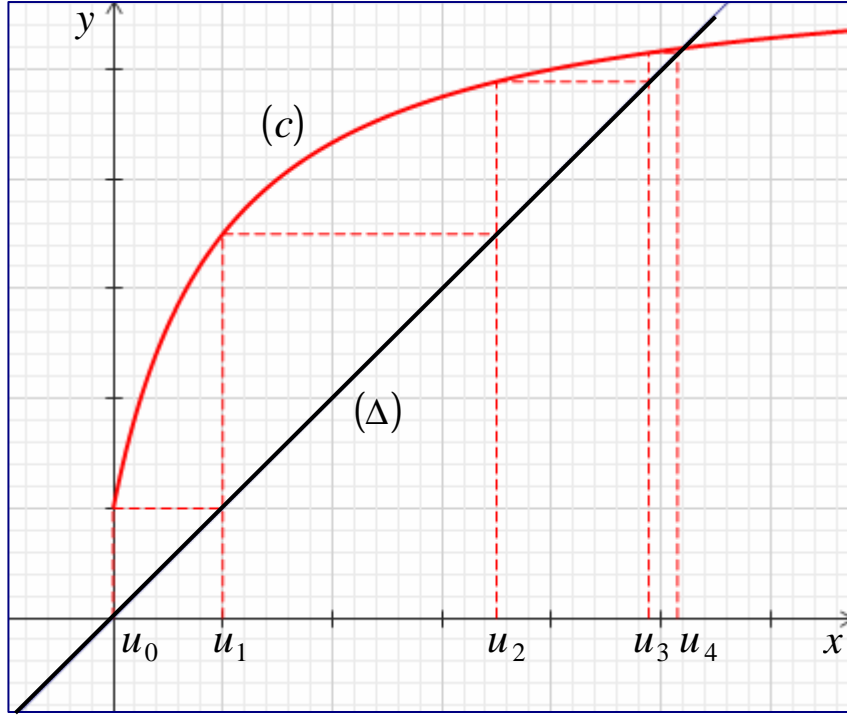
تماما على المجال $[0; +\infty[$. ونعلم أن : $f(\alpha) = \alpha$ وبالتالي : $f(x) \geq \alpha$

أي : $f(x) \in [\alpha; +\infty[$.

إن : إذا كان $x \in [\alpha; +\infty[$ فإن $f(x) \in [\alpha; +\infty[$.

$$2 \text{ } u_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n , u_{n+1} = f(u_n) = 6 - \frac{5}{u_n + 1} .$$

أ- رسم (Δ) ، (c) وتمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 : أنظر الشكل .



ب- وضع تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها :

من الشكل يمكن أن نخمن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة نحو العدد α (العدد α هو فاصلة نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المنحني (c))

3 أ- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$:

نسمي الخاصية p_n "من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$ "
 • التحقق من صحة p_0 :

لدينا : $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \alpha$ أي : $0 \leq 0 \leq 1 \leq \alpha$ وهي محققة .

إذن : p_0 صحيحة .

• نفرض أن p_n صحيحة أي : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$

ونبرهن صحة p_{n+1} أي : $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$.

من فرضية التراجع ، لدينا : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$ وبما أن الدالة f متزايدة تماما

على المجال $[0; +\infty[$ فإن : $f(0) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(\alpha)$

وبالتالي : $0 \leq 1 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$

($u_{n+2} = f(u_{n+1})$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ، $f(\alpha) = \alpha$ ، $f(0) = 1$)

ومنه : p_{n+1} صحيحة .

• **إذن :** من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.

ب- استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة :

تذكير : كل متتالية ومحدودة من الأعلى هي متتالية متقاربة .

من السؤال السابق وجدنا أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$ ،

وهذا يعني أن المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى ، نستنتج أنها متقاربة .

• حساب نهاية المتتالية (u_n) : نفرض أن (u_n) متقاربة نحو عدد حقيقي L

ومنه : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = L$ ، نحصل على : $u_{n+1} = 6 - \frac{5}{u_n + 1}$

وبالتالي : $L = 6 - \frac{5}{L + 1}$ أي : $f(L) = L$

ومن السؤال 1 - ب - نستنتج أن : $L = \alpha$.

إذن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha$ (هذا يؤكد صحة التخمين السابق)

التمرين الثالث :

1 صحيح

نسمة (D) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$\vec{u}(1; -2; 3)$ هو شعاع توجيه لهذا المستقيم .

ونسمة (P) المستوي الذي معادلة له : $x + 2y + z - 3 = 0$

$\vec{n}(1; 2; 1)$ هو شعاع ناظمي لهذا المستوي .

لدينا : $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \times 1 + (-2) \times 2 + 3 \times 1 = 0$ ومنه : $\vec{u} \perp \vec{n}$

نستنتج أن المستقيم (D) يوازي المستوي (P) .

طريقة أخرى :

لنبحث عن نقط تقاطع (D) و (P) وذلك بحل الجملة : $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$

عند حل المعادلة $(t + 2) + 2(-2t) + (3t - 1) = 3$ نجد : $t = 3$

وهذا مستحيل . نستنتج أن المستقيم (D) و المستوي (P) ليس لهما نقطاً مشتركة .

إذن : المستقيم (D) يوازي المستوي (P) .

2 خاطئ

للبحث عن نقط تقاطع المستويات (P) ، (P') و (P'') نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} x = 2y - z + 3 \\ 2(2y - z + 3) + 3y - 2z = 6 \\ 4(2y - z + 3) - y + 4z = 12 \end{cases} \text{ ومنه : } \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 2x + 3y - 2z = 6 \\ 4x - y + 4z = 12 \end{cases}$$

$$\text{وبالتالي : } \begin{cases} x = 2y - z + 3 \\ 7y - 4z = 0 \\ 7y + 4z = 0 \end{cases} \text{ وأخيرا نحصل على الجملة : } \begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 7y - 4z = 0 \end{cases}$$

تمثل هذه الجملة الأخيرة تقاطع مستويين في الفضاء (المستقيم في الفضاء معرف بجملة معادلتين ديكارتيتين لمستويين متقاطعين) .

إذن : للمستويات (P) ، (P') و (P'') مستقيم مشترك .

3 صحيح

$$\begin{cases} x = -3t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = 2t - 3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ ليكن (D) المستقيم الذي تمثله الوسيطى :}$$

$$\begin{cases} x = 2t' + 7 \\ y = 2t' + 2 \\ z = -t' - 6 \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \text{ وليكن (D') المستقيم الذي تمثله الوسيطى :}$$

للبحث عن نقط تقاطع المستقيمين (D) و (D') ، نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} -3t + 2 = 2t' + 7 \\ t + 1 = 2t' + 2 \\ 2t - 3 = -t' - 6 \end{cases} \text{ . من المعادلتين الأولى والثانية لهذه الجملة نجد :}$$

$t = -1$ و $t' = -1$ وبتعويض هاتين القيمتين في المعادلة الثالثة نحصل على $-5 = -5$ وهي محققة دوما . نستنتج أن المستقيمين (D) و (D') متقاطعان ونقطة تقاطعهما هي $A(5; 0; -5)$.

إذن : المستقيمان (D) و (D') متقاطعان .

4 صحيح

$$\text{لدينا : } \overrightarrow{AB}(2; 4; -2) \text{ و } \overrightarrow{AC}(4; -4; -4)$$

واضح أن الشعاعين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} غير مرتبطين خطيا لأنه لا يوجد عدد حقيقي k بحيث $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$ وهذا يعني أن النقط A ، B و C ليست في استقامية ، فهي تعين مستويا (ABC) .

من جهة أخرى : $A \in (ABC)$ لأن $-1+2=1$ ،
 $B \in (ABC)$ لأن $1+0=1$ و $C \in (ABC)$ لأن $3-2=1$
 أي أن إحداثيات كل من النقط A ، B و C تحقق المعادلة $x+z=1$.
إذن : $x+z=1$ هي معادلة للمستوي (ABC) .

5 خاطئ

تذكير : C مرجح النقطتين A و B معناه : النقط A ، B و C في استقامية .
 لدينا : $\overrightarrow{CA}(-3;2;-2)$ و $\overrightarrow{CB}(-2;2;-5)$.
 واضح أن الشعاعين \overrightarrow{CA} و \overrightarrow{CB} غير مرتبطين خطيا لأنه لا يوجد عدد حقيقي k بحيث $\overrightarrow{CA} = k \overrightarrow{CB}$ وهذا يعني أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .
 نستنتج أنه لا يمكن اعتبار النقط C كمرجح للنقطتين A و B .

التمرين الرابع :

1 أ- حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$:

نعلم أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ومنه $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x - 1} = -1$. **إذن :** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
 • حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

نعلم أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ ومنه $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x - 1} = 0$. **إذن :** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

ب- حسب نهاية الدالة f عند 0 : $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.
 • هندسيا : المستقيم الذي معادلته $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

2 دراسة اتجاه تغير الدالة f :

• الدالة f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$ ،

$$\text{ومن أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R}^* , f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} > 0 .$$

وبالتالي فإن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

● جدول تغيّرات f :

3 أ- تبيان أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') :

تذكير : إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = ax + b + \varphi(x)$ وكانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$ فإن المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني الممثل للدالة f عند $+\infty$.

لدينا : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ وبما أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{e^x - 1} = 0$ فإن المستقيم (Δ) الذي معادلاته $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

وبما أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{e^x - 1} = +1$ فإن المستقيم (Δ') الذي معادلاته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

ب- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) :

من أجل كل x من \mathbb{R}^* ، $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ ومنه : $f(x) - x = -\frac{1}{e^x - 1}$

وبالتالي فإن إشارة الفرق $f(x) - x$ هي إشارة $(e^x - 1)$ - ومنه النتائج الآتية :

- إذا كان $x \in]-\infty ; 0[$ يكون $f(x) - x > 0$ ومنه (C_f) يقع فوق (Δ) .

- إذا كان $x \in]0 ; +\infty[$ يكون $f(x) - x < 0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ) .

● دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ') :

من أجل كل x من \mathbb{R}^* ، $f(x) - (x - 1) = \frac{-e^x}{e^x - 1}$ وبالتالي فإن إشارة الفرق

$f(x) - (x - 1)$ هي إشارة $(e^x - 1)$ - (لأن $e^x > 0$) ومنه النتائج الآتية :

- إذا كان $x \in]-\infty ; 0[$ يكون $f(x) - x > 0$ ومنه (C_f) يقع فوق (Δ') .

- إذا كان $x \in]0; +\infty[$ يكون $f(x) - x < 0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ') .

4 إثبات أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) :

تذكير : إذا كان من أجل كل x من D_f ، لدينا :

$$\begin{cases} (2a - x) \in D_f \\ f(x) + f(2a - x) = 2b \end{cases}$$

فإن النقطة $\Omega(a; b)$ هي مركز تناظر للمنحني الممثل للدالة f .

لدينا : من أجل كل x من \mathbb{R}^* فإن $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = \dots = 1$

وبالتالي فإن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحني (C_f) .

5 أ- تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β :

تذكير بمبرهنة القيم المتوسطة . إذا كان :

• f مستمرة على المجال $[a; b]$ ؛

• f رتيبة تماما على المجال $[a; b]$ ؛

• $f(a) \times f(b) < 0$.

فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]a; b[$.

• من جدول تغيرات f نلاحظ أنها مستمرة و متزايدة تماما على $[\ln 2; 1]$

زيادة على ذلك : $f(\ln 2) \approx -0.30$ و $f(1) \approx 0.42$ ($e^{\ln 2} = 2$)

ومنه : $f(\ln 2) \times f(1) < 0$.

نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث : $\ln 2 < \alpha < 1$.

• من جدول تغيرات f نلاحظ أنها مستمرة و متزايدة تماما على $[-1.4; -1.3]$

زيادة على ذلك : $f(-1.4) \approx -0.075$ و $f(-1.3) \approx 0.071$

ومنه : $f(-1.4) \times f(-1.3) < 0$.

نستنتج حسب مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β

حيث : $-1.4 < \beta < -1.3$.

خلاصة : المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث :

$\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1.4 < \beta < -1.3$.

ب- وجود مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) :

تذكير : يتوازي مستقيمان إذا وفقط إذا كان معاملا توجيههما متساويين .
البحث عن المماسات التي توازي المستقيم (Δ) يؤول إلى حل المعادلة $f'(x)=1$

$$\text{ومنه : } 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} = 0 \text{ وبالتالي : } \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} = 0$$

وبما أنه ، من أجل كل x من \mathbb{R}^* ، $e^x > 0$ و $(e^x - 1)^2 > 0$ فإن هذه المعادلة

$$\frac{e^x}{(e^x - 1)^2} = 0 \text{ ليس لها حل في } \mathbb{R}^* .$$

إذن : لا توجد مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) .

جـ- رسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) : انظر الشكل .

د- المناقشة البيانية :

$$\text{لدينا : } (m-1)e^{-x} = m \text{ ومنه : } (m-1)e^{-x} \times e^x = m \times e^x$$

$$\text{وبالتالي : } (m-1) = m \times e^x \text{ ومنه : } (m-1) - m = m \times e^x - m$$

$$\text{أي : } -1 = m \times e^x - m \text{ ومنه : } -1 = m(e^x - 1) \text{ وعليه : } \frac{-1}{e^x - 1} = m$$

$$\text{وأخيرا : } x - \frac{1}{e^x - 1} = x + m \text{ . إذن : } f(x) = x + m \text{ ... (E)}$$

البحث عن عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$ يؤول إلى البحث عن عدد نقط

تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y = x + m$.

(المستقيمات (Δ) ، (Δ') و (Δ_m) متوازية لأن لها نفس معامل التوجيه 1)

- إذا كان $m = 0$ فإن (Δ_m) ينطبق على (Δ) وبالتالي فإن (Δ_m) لا يقطع (C_f)

نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حولا .

- إذا كان $m = 1$ فإن (Δ_m) ينطبق على (Δ') وبالتالي فإن (Δ_m) لا يقطع (C_f)

نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حولا .

- إذا كان $m \in]0; 1[$ فإن (Δ_m) يقع بين (Δ) و (Δ') وموازي لهما وبالتالي فإن

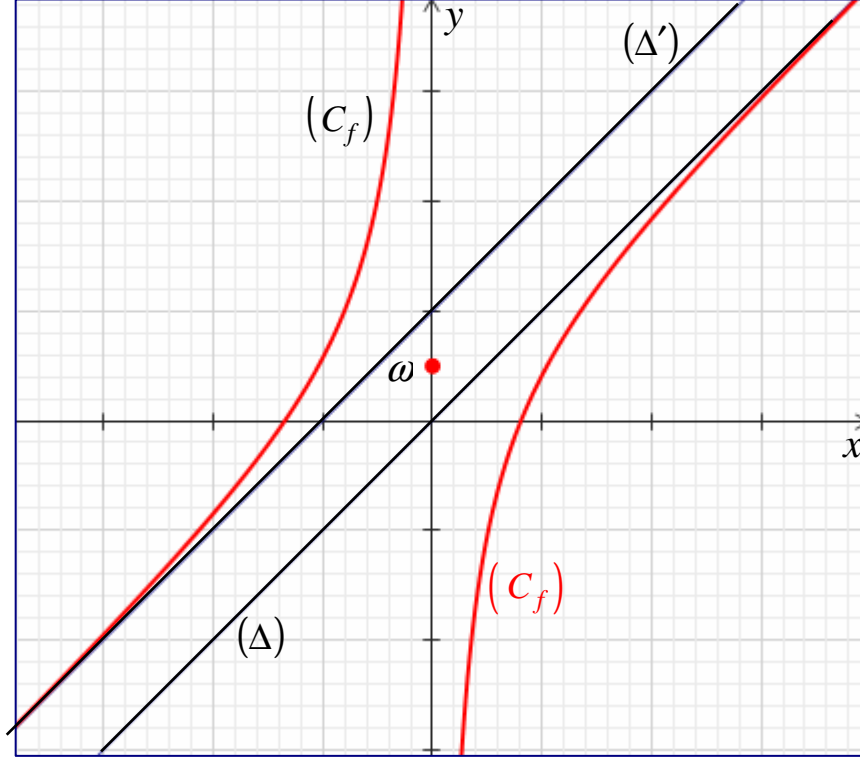
(Δ_m) لا يقطع (C_f) ، نستنتج أن المعادلة (E) لا تقبل حولا .

- إذا كان $m \in]-\infty; 0[$ فإن (Δ_m) يقطع (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها موجبة

نستنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا واحدا موجبا .

- إذا كان $m \in]1; +\infty[$ فإن (Δ_m) يقطع (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها سالبة

نستنتج أن المعادلة (E) تقبل حلا واحدا سالبا .



تم نشر هذا الملف بواسطة قرص **تجربتي** مع الباكالوريا

tajribatybac@gmail.com

facebook.com/tajribaty

jjel.tk/bac